

Examen de radioactivité (Phy11a) :

Licence première année

4 janvier 2010

Durée 1 ½ h

Calculatrices autorisées ainsi qu'une feuille A4 recto-verso de résumé personnel du cours.

Il convient de répondre à chaque question dans l'emplacement réservé. Il vous est demandé de faire apparaître systématiquement les principales étapes du raisonnement et du calcul, ainsi que les définitions, lois et théorèmes que vous serez amenés à utiliser.

Il vous est très vivement recommandé de lire la totalité du sujet avant de commencer à composer.

Soignez votre rédaction, car elle sera prise en compte dans la note.

N'utilisez les valeurs numériques que lorsqu'un calcul vous est explicitement demandé.

1 Curiethérapie : (comptant pour 10 points sur 20)

La curiethérapie consiste à traiter une tumeur cancéreuse par insertion d'une petite source radioactive au centre de la tumeur. L'un des radioéléments utilisés pour la curiethérapie est l'iridium 192 : $^{192}_{77}\text{Ir}$, dont la période T_{ir} est de 73,8 jours.

1. Quel est le nombre de neutrons, de protons et d'électrons contenus dans un atome neutre d'iridium 192.

0,5

$$Z = 77 \text{ protons ; } 77 \text{ électrons}$$

$$N = 192 - 77 = 115 \text{ neutrons}$$

2. Démontrer la relation qui lie T_{ir} à λ_{ir} , la constante radioactive de désintégration de l'iridium 192 et calculer λ_{ir} en s^{-1} .

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda_{ir} T_{ir}}$$

0,5

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda_{ir} T_{ir} \Rightarrow T_{ir} = \frac{\ln(2)}{\lambda_{ir}}$$

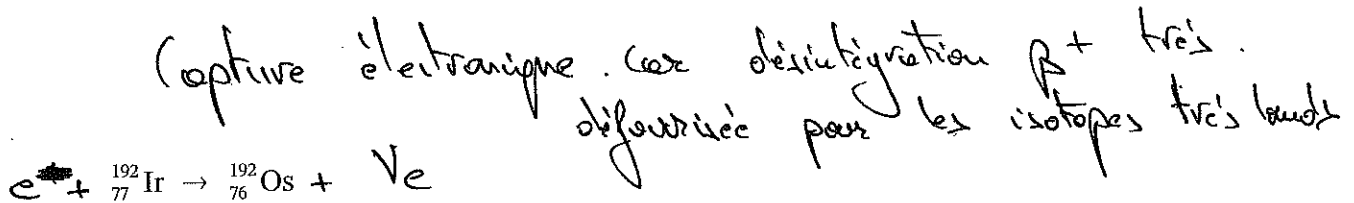
0,5

$$\lambda_{ir} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

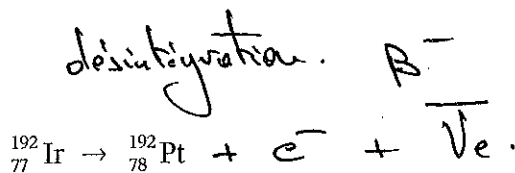
L'iridium 192 se désintègre avec une probabilité de 4,8% en osmium 192 ($^{192}_{76}\text{Os}$) et avec une probabilité de 95,2% en platine 192 ($^{192}_{78}\text{Pt}$).

3. Donner le type de radioactivité de chaque désintégration et compléter les réactions suivantes.

0,5

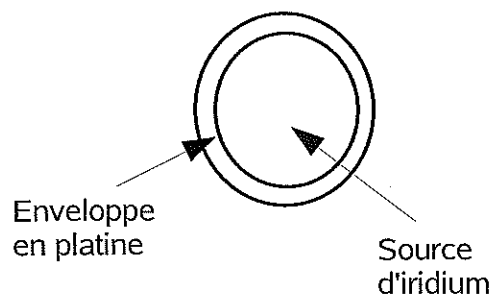


0,5



Par la suite, on négligera la désintégration de l'iridium 192 en osmium 192. On considérera ainsi que tous les noyaux d'iridium 192 se désintègrent en platine 192. On supposera également qu'au cours de chaque désintégration d'un noyau d'iridium 192, un électron de 200 keV et un gamma de 300 keV sont émis.

Pour le traitement d'une tumeur, une source d'iridium 192 est placée dans une bille sphérique d'un millimètre de diamètre enveloppée par une fine paroi de platine selon le schéma suivant :



4. Quel est le rôle de la paroi de platine ? En particulier laquelle des deux particules (électron ou gamma) est arrêtée par cette paroi ?

La paroi de platine absorbe et par conséquent bloque les électrons émis - Dans une moindre mesure, elle maintient la source radioactive hors du contact des tissus -

Les électrons auraient un parcours trop petit dans la tumeur et donc un pouvoir curatif faible.

Initialement, à $t=0$, l'activité de cette source d'iridium est de 27 MBq

5. Combien de noyaux d'iridium 192 sont initialement contenus dans cette source ? Quelle est alors sa masse que l'on exprimera en nanogrammes (ng) ? On suivra l'approximation usuelle de la masse atomique d'un noyau qui est égale - en grammes - au nombre de masses de ce noyau.

$$A_0 = N_0 \lambda_{\text{Ir}}$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda_{\text{Ir}}} = \frac{A_0 \times T_{1/2}}{\ln(2)}$$

$$= \frac{27 \cdot 10^6 \times 73,8 \times 24 \times 3600}{\ln(2)}$$

$$= 2,5 \cdot 10^{14} \text{ noyaux}$$

$$m = \frac{N_0}{N_A} \times M = \frac{2,5 \cdot 10^{14} \times 192}{6,022 \cdot 10^{23}}$$

$$= 79 \text{ ng}$$

$$\approx 80 \text{ ng}$$

Au cours d'une intervention chirurgicale, cette petite sphère est placée au centre d'une tumeur supposée sphérique de 5 cm de rayon. Le tissu tumoral sera considéré comme étant très proche de l'eau. Le coefficient d'absorption linéique des gammas de 300 keV dans l'eau est $\mu = 0,11 \text{ cm}^{-1}$. Le jour de cette intervention, il ne reste plus que $2 \cdot 10^{14}$ noyaux d'iridium 192 dans la source.

6. Quel est le nombre total de gammas émis par la source durant une période s'étendant sur 100 jours à compter de cette date ?

1

Nombre de noyaux restants = $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

Au bout de 100 jours, nombre de gamma émis

$$N_{100} = 2 \cdot 10^{14} \left(1 - e^{-\frac{\ln(2) \times 100}{73,8}} \right)$$

$$= 1,22 \cdot 10^{14} \text{ gammaes.}$$

7. Quel est le nombre de gammas qui s'arrêtent dans la tumeur durant un temps très long devant la période de l'iridium 192 ?

1

Sur un temps très long devant la période, on peut considérer que tous les noyaux se désintègrent - Une fraction des gamma émis s'arrête dans la tumeur qui fait 5 cm de rayon.

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x}$$

$$N_{\infty} = N_0 \left(1 - e^{-0,11 \times 5} \right)$$

$$= 2 \cdot 10^{14} \left(1 - e^{-0,55} \right) = 8,46 \cdot 10^{13}$$

$$\approx 8,5 \cdot 10^{13}$$

8. Quelle est la dose et quel est l'équivalent de dose biologique reçus par la tumeur ? On considérera ici que la masse volumique de la tumeur est identique à celle de l'eau. Pensez à bien préciser les unités de dose et d'équivalent de dose biologique.

Dose :

$$D = \frac{8,5 \cdot 10^{13} \times 0,3 \times 1,6 \cdot 10^{-13}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 \times 10^{-3}} = \frac{\Delta E \text{ (J)}}{m \text{ (kg)}}$$

0,5

$$= 7,75 \approx 7,8 \text{ Gy}$$

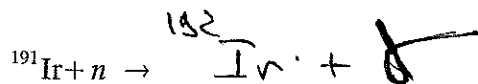
Equivalent de dose biologique :

$$H = W_R D = 7,75 \text{ Sv} \approx 7,8 \text{ Sv}$$

Ce sont des gamma donc $W_R = 1$. 0,5

L'Iridium 192 est produit auprès d'un réacteur nucléaire par capture neutronique sur un noyau d'Iridium 191.

9. Compléter la réaction nucléaire suivante :



0,5

L'iridium naturel contient 37% d'iridium 191 et 63 % d'iridium 193. La masse atomique de l'iridium naturel est égale à 192,2 g. Dans le réacteur utilisé pour fabriquer des sources d'iridium 192, la probabilité par unité de temps de capture neutronique par noyau d'iridium 191 est donnée par $\lambda_{\text{capt}} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$. Elle est constante au cours du temps.

10.

10.1. Dans un premier temps, déterminer le nombre de noyaux d'iridium 191 contenus dans 10 mg d'iridium naturel.

$$\begin{aligned}
 M_{191} &= \frac{10^{-2}}{192,2} \times 6,022 \cdot 10^{23} \times 0,37 \\
 &= \frac{m}{M} \times N_A \times 37\% \\
 &= 1,16 \cdot 10^{19} \text{ noyaux d' } ^{191}\text{Ir}
 \end{aligned}$$

10.2. Calculer ensuite le temps nécessaire pour produire une source contenant $3 \cdot 10^{14}$ noyaux d'iridium 192 à partir de 10 mg d'iridium naturel. Pour simplifier, on supposera ici que ce temps est très court devant la période de désintégration radioactive de l'iridium 192.

Par chaque noyau d'iridium 191, la probabilité de capture neutronique par seconde est : $\lambda_{\text{capt}} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$

Par seconde et N_{191} noyaux d' ^{191}Ir , on a :

$N_{191} \times \lambda_{\text{capt}}$ noyaux d' ^{192}Ir créés
 Si le temps recherché est court devant la période de ^{192}Ir , on peut alors négliger la désintégration des noyaux d' ^{192}Ir créés - Donc :

$$t = \frac{3 \cdot 10^{14}}{N_{191} \times \lambda_{\text{capt}}} = \frac{3 \cdot 10^{14}}{1,16 \cdot 10^{19} \times 2 \cdot 10^{-10}} \approx 1,3 \cdot 10^5 \text{ s} \approx 1,5 \text{ j}$$

2 Mesure d'une source gamma : (comptant pour 10 points sur 20)

Une petite source qui n'émet que des gammas est mesurée sans écran d'atténuation à une distance variable d par un compteur Geiger du même type que ceux qui ont été utilisés lors des séances de travaux pratiques.

Dans ce problème, toutes les incertitudes de comptage seront calculées pour un niveau de confiance minimal de 95,4%.

Les résultats de mesures réalisées sur 10 minutes sont consignés dans le tableau qui suit, dans lequel pour chaque position, N est le comptage enregistré.

d (en m)	N	ΔN	S	ΔS
1	184722	860	184722	809
2	46742	432	46442	481
2,5	29910	346	29610	395
3	20662	287	20362	336
10	2169	83	1869	142
15	1088	66	788	115

11. Donner l'expression littérale de ΔN , l'incertitude à 95,4% sur N , en fonction de N .

$$\Delta N = 2 \sqrt{N}$$

0,5

En l'absence de source, ce compteur Geiger enregistre 150 coups sur un temps de comptage de 5 minutes.

12. Quelle est la valeur du taux de comptage de bruit de fond exprimé par unité de temps ?
Quelle est son incertitude (à 95,4% de niveau de confiance) ?

$$BF = \frac{150}{5 \times 60} = 0,5 \text{ coups } s^{-1} \text{ ou } 30 \text{ coups } \text{min}^{-1}$$

$$\Delta BF = \frac{2\sqrt{150}}{5 \times 60} = 8,2 \cdot 10^{-2} s^{-1} \text{ ou } 4,9 \text{ coups } \text{min}^{-1}$$

13. Donner l'expression littérale de S , le comptage des gammas provenant de la source en fonction de N et B , B étant la valeur du bruit de fond exprimé sur 10 minutes.

$$S = N - B$$

0,5

14. Calculer B et ΔB , l'incertitude sur B à 95,4% de niveau de confiance.

$$B = 300 \text{ coups}$$

0,5

$$\Delta B = 49 \text{ coups}$$

0,5

15. Donner l'expression littérale de ΔS en fonction de ΔN et ΔB .

$$\Delta S = \Delta N + \Delta B$$

ou accepte aussi $\Delta S = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta B^2}$

16. Compléter le tableau de la page précédente.

17. Représenter les valeurs de S et leurs incertitudes en fonction de la distance à la source sur le graphique à double échelle logarithmique (page suivante).

18. Au vu du graphique obtenu, de quel type de lois physiques avez-vous affaire ?

Loi de puissance, car on obtient une droite en représentation log-log.

19. Déterminer les valeurs minimale et maximale du coefficient α . En déduire la valeur moyenne et son incertitude.

$$\alpha_{\max} = \frac{\ln(184422 + 909) - \ln(788 - 115)}{\ln(15) - \ln(1)}$$

$$= 2,075$$

$$\alpha_{\min} = \frac{\ln(184422 - 909) - \ln(788 + 115)}{\ln(15)} = 1,962$$

$$\alpha_{\text{moy}} = \frac{\alpha_{\min} + \alpha_{\max}}{2} = 2,019 \quad \Delta \alpha = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{2} = 0,056$$

20. Comment cette valeur mesurée de α se compare-t-elle à la théorie ?

Valeur théorique = -2 car $N(d) \propto \frac{1}{d^2} \propto d^{-2}$.

La valeur mesurée est compatible avec la valeur théorique

S em
CoPS

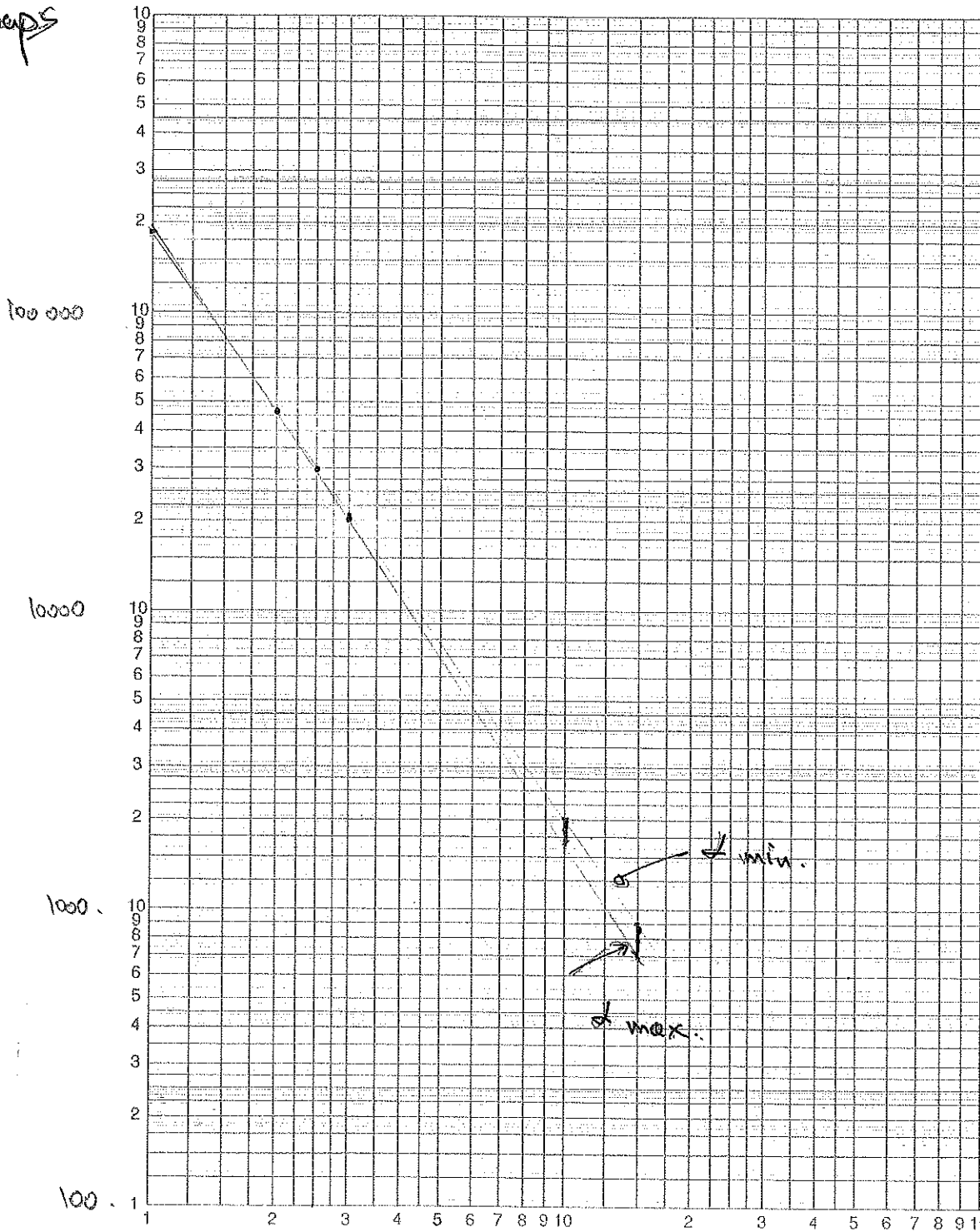


Fig. Logarithmic Graph Paper (non Imp.) for computer. For other graphs, use log. millim.

d
en mm.

Feuille supplémentaire pour la poursuite ou la correction de questions. Indiquer alors le numéro de la question.

Bu re ve : sur 20 :

I Sur 10

1) 0,5

2) 1 / 0,5 pour chaque.

3) 1 (0,5 pour chaque)

4) 1

5) 1 (0,5 pour M
0,5 pour m)

6) 1

7) 1

8) 1 (0,5 pour D
0,5 pour H)

9) 0,5

10a) 1

10b) 1

II Sur 10

11) 0,5

12) 1 (0,5 x 2)

13) 0,5

14) 1 (0,5 x 2)

15) 0,5

16) 1,5 (0,5 x 3 colonnes)

17) 1,5 (0,5 points
0,5 incertitudes
0,5 droites)

18) 0,5

19) 2 (0,5 x 4)

20) 1