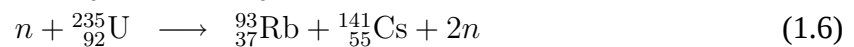


Série 1 : Transformations nucléaires et bilan d'énergie de masse**1.0 Echauffement**

On utilise la conservation de la charge électrique (q) et du nombre de nucléons (A). On trouve :



Pour les réactions ou désintégrations (1.1), (1.2), (1.4) et (1.7), l'interaction responsable du phénomène est l'interaction faible car le nombre de protons (Z) et de neutrons (N) ne sont pas conservés. L'émission d'un neutrino ou antineutrino est également une indication.

Pour les autres, il s'agit d'un réarrangement des nucléons, sans transformation, causé par la compétition entre l'interaction forte et l'interaction électromagnétique.

1.1 Transformations nucléaires et bilan d'énergie de masse

1)a)

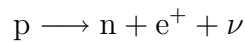
Réaction (1.8)	Initial	Final	Conservation
A	18	18	oui
q	+9	+8+1	oui
Z	9	8	non
N	9	10	non
Réaction (1.9)			
A	212	212	oui
q	+84	+84	oui
Z	84	84	oui
N	128	128	oui
Réaction (1.10)			
A	31	31	oui
q	+15	+15	oui
Z	15	15	oui
N	16	16	oui

1)b)

On en conclut que le nombre de nucléons (A) et la charge électrique (q) sont toujours conservés. Par contre, en ce qui concerne le nombre de protons (Z) et le nombre de neutrons (N), cela dépend de la réaction considérée.

En fait, la première réaction est une désintégration β^+ , due à l'interaction faible, alors que les réactions (1.9) et (1.10) sont dues à l'interaction forte.

Dans la désintégration β^+ , il y a dans l'état final un neutron de plus et un proton de moins. Il y a donc une transformation (sous l'effet de l'interaction faible) d'un proton en neutron.



2)

On part de la définition du **bilan d'énergie de masse** :

$$Q = \left[\sum_i m_i - \sum_f m_f \right] \times c^2$$

Pour la réaction (1.8) :

$$\begin{aligned} Q_1 &= [m(F) - m(O) - m_e]c^2 \quad \text{car } m(\nu) \simeq 0 \\ &= [M(F) - 9m_e - M(O) + 8m_e - m_e]c^2 \\ &= [M(F) - M(O) - 2m_e]c^2 \end{aligned}$$

Pour la réaction (1.9) :

$$\begin{aligned} Q_2 &= [M(\text{Po}) - 84m_e - M(\text{Pb}) + 82m_e - M(\text{He}) + 2m_e]c^2 \\ &= [M(\text{Po}) - M(\text{Pb}) - M(\text{He})]c^2 \end{aligned}$$

Pour la réaction (1.10) :

$$Q_3 = [M(\text{Al}) + M(\text{He}) - M(\text{P}) - m(n)]c^2$$

Application numérique :

$$Q_2 = 0,0096127 \text{ uma} \times c^2$$

Or, on sait que : $1 \text{ uma} \times c^2 = 931,5 \text{ MeV}$

D'où :

$$Q_2 = 8,95 \text{ MeV}$$

Q_2 est positif, la désintégration est donc possible (elle est exoénergétique).

3) L'énergie de liaison B d'un noyau A_ZX est définie par :

$$B(A, Z) = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - m({}^A_ZX)c^2$$

Pour la réaction (1.8) :

$$\begin{aligned} Q_1 &= [m(F) - m(O) - m_e]c^2 \\ &= 9m_p c^2 + 9m_n c^2 - W(F) - 8m_p c^2 - 10m_n c^2 + W(O) - m_e c^2 \\ &= B(O) - B(F) + m_p c^2 - m_n c^2 - m_e c^2 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Pour la réaction (1.9) :

$$Q_2 = B(\text{Pb}) + B(\text{He}) - B(\text{Po})$$

Pour la réaction (1.10) :

$$Q_3 = B(\text{P}) - B(\text{He}) - B(\text{Al})$$

On peut remarquer que dans le cas de l'interaction forte, Q s'exprime comme

$$Q = \sum_f B_f - \sum_i B_i$$

grâce à la conservation du nombre de protons et de neutrons dans ce cas.

1.2 Série isobarique $A = 35$

1) On trouve

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [M({}_Z^AX) - M({}_{Z+1}^AY)] c^2 \\ Q_{\beta^+} &= [M({}_Z^AX) - M({}_{Z-1}^AW) - 2m_e] c^2 \end{aligned}$$

2)a) Le tableau 1.1 résume les valeurs numériques des bilans énergétiques pour les noyaux de la série $A = 35$.

	Q_{β^-}	Q_{β^+}	mode de des.
${}_{14}^{35}\text{Si}$	10,5	<0	β^-
${}_{15}^{35}\text{P}$	3,99	<0	β^-
${}_{16}^{35}\text{S}$	0,17	<0	β^-
${}_{17}^{35}\text{Cl}$	<0	<0	stable
${}_{18}^{35}\text{Ar}$	<0	4,94	β^+
${}_{19}^{35}\text{K}$	<0	10,86	β^+

Table 1.1: Bilans énergétiques pour les noyaux de la série $A = 35$.

La figure 1.1 présente les différents noyaux dans un diagramme $M = f(Z)$. On observe que pour une série isobarique impair, les noyaux sont répartis sur une parabole. Le noyau situé au fond de la parabole de masse est stable.

b) Le noyau de Chlore 35, celui qui a la masse la plus faible, est un noyau stable : aucune des désintégrations β n'est énergétiquement possible.

c) On constate que les noyaux émetteurs β^- sont déficitaires en p (ou excédentaires en n) par rapport à la stabilité (le Chlore 35 dans ce cas). Ils ont tendance à transformer un n en p, sous l'effet de l'interaction faible, ce processus étant énergétiquement favorable (diminution de M et donc augmentation de l'énergie de liaison).

Le processus est inverse pour les émetteurs β^+ .

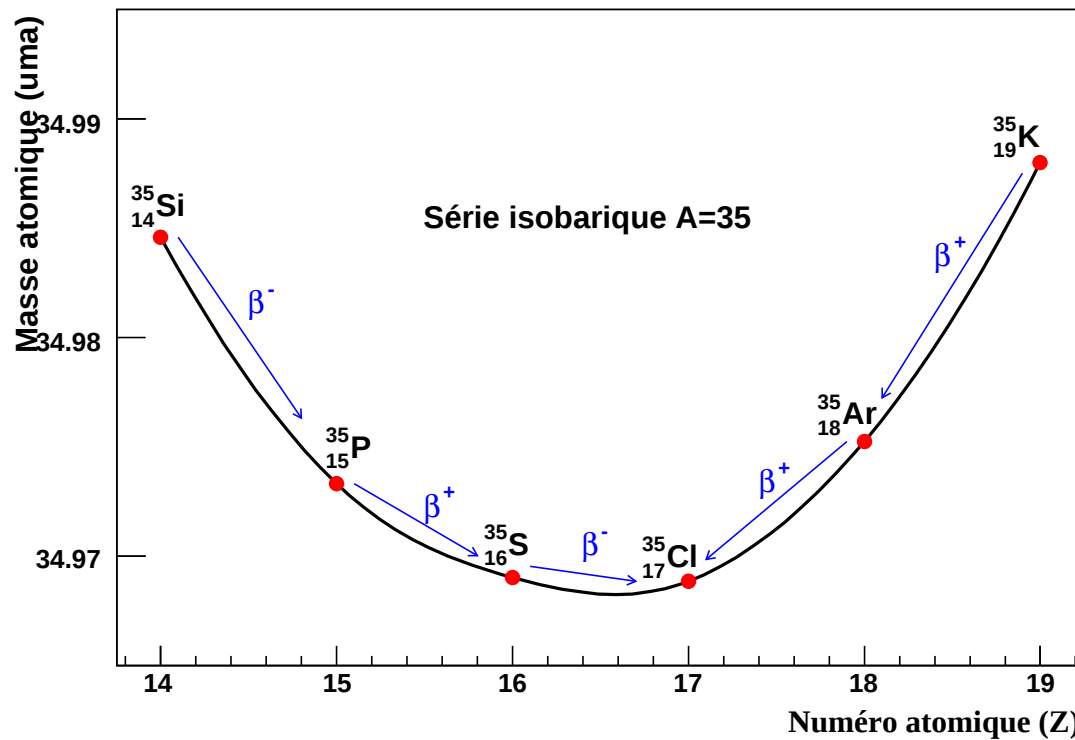


Figure 1.1: Parabole de la série isobarique $A = 35$. Cette caractéristique est commune à toutes les séries isobariques impaires. Le noyau avec la masse atomique la plus petite est stable. Les noyaux de Z plus petit que le noyau stable sont des émetteurs β^- : ils sont trop pauvres en protons par rapport à la stabilité. Les noyaux de Z plus grand que le noyau stable sont des émetteurs β^+ : ils sont trop riches en protons par rapport à la stabilité.

Série 2 : Activités

2.0 Définition du Curie

a) On sait que la masse molaire du ^{226}Ra est $M_{\text{mol}} \simeq 226 \text{ g mol}^{-1}$. L'échantillon contient donc : $n = 1/226 = 4,42 \times 10^{-3} \text{ mol}$, soit $N = n \times N_A = 2,66 \times 10^{21}$ noyaux. L'activité de cet échantillon est donnée par : $a = \lambda N$:

$$a = \frac{\ln 2 \times 2,66 \times 10^{21}}{1600 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365} = 3,65 \times 10^{10} \text{ Bq} \simeq 1 \text{ Ci}$$

b) On sait que $2^{10} = 1024 \simeq 1000$. L'activité est donc divisée par environ 1000 au bout de 10 périodes, soit 16000 ans.

2.1 Activité massique de l'uranium naturel

a) On calcule le nombre de noyaux dans un gramme d'uranium naturel

$$N_{\text{nat}} = \frac{N_a}{M_{\text{mol}}} = 2,53 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

pour la masse molaire, on peut prendre $M_{\text{mol}} = 238 \text{ g mol}^{-1}$ car le mélange est principalement de l'uranium 238.

On calcule ensuite le nombre de noyaux de chacun des isotopes en tenant compte de la fraction isotopique

$$N(^{234}\text{U}) = 1,4 \times 10^{17} \text{ noyaux} , N(^{235}\text{U}) = 1,9 \times 10^{19} \text{ noyaux} \text{ et } N(^{238}\text{U}) = 2,51 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

On en déduit l'activité de chaque isotope, en utilisant la relation

$$a = \frac{\ln 2}{T} \times N$$

On trouve

$$a(^{234}\text{U}) = 12 \text{ kBq} , a(^{235}\text{U}) = 593 \text{ Bq} \text{ et } a(^{238}\text{U}) = 12 \text{ kBq}$$

L'activité d'un gramme d'uranium naturel est donc

$$a_m(\text{U}_{\text{nat}}) = 24,6 \times 10^4 \text{ Bq/g}$$

b) On note que malgré sa faible proportion dans l'uranium naturel, l'uranium 234 contribue à près de 50% de son activité massique (contre 48% pour l'uranium 238). En terme d'activité, cet isotope n'est donc pas à négliger. On peut par contre négliger la contribution (2%) de l'uranium 235.

2.2 Évolution d'un échantillon d'uranium appauvri

1) Uranium 238

a) À l'instant initial, on a

$$N_0 = \frac{N_a}{M_{mol}} = 2,5 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

et

$$a_0 = \lambda_U \times N_0 = 1,2 \times 10^4 \text{ Bq}$$

b) Vue la période de l'uranium 238, la variation du nombre de noyaux d'uranium 238 est négligeable pour un temps de l'ordre de l'année. Dans la suite, on prendra $N_U(t) = N_0$.

2) Thorium 234

a) n a

$$dN_T = +\lambda_U N_0 dt - \lambda_T N_T dt \quad (2.1)$$

b) On résout tout d'abord (2.1). On trouve

$$N_T(t) = \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_T} (1 - e^{-\lambda_T t})$$

3) Protactinium 234

a)

$$dN_P = +\lambda_T N_T dt - \lambda_P N_P dt \quad (2.2)$$

On a donc

$$\frac{dN_P}{dt} + \lambda_P N_P = \lambda_U N_0 (1 - e^{-\lambda_T t}) \quad (2.3)$$

b) On résout cette équation en utilisant la méthode de Laplace, dite méthode de variation de la constante.

On trouve tout d'abord la solution générale de l'équation homogène :

$$N_P^{(1)} = C e^{-\lambda_P t}$$

On trouve ensuite la solution particulière de l'équation (2.3), donnée par

$$N_P^{(2)} = g(t) N_P^{(1)}$$

La solution générale de (2.3) est donc donnée par

$$N_P(t) = N_P^{(1)} + N_P^{(2)} = (g(t) + 1) C e^{-\lambda_P t} = f(t) e^{-\lambda_P t}$$

On trouve $f(t)$ en notant que $f(t) e^{-\lambda_P t}$ est solution de (2.3). Il vient donc

$$\frac{df}{dt} = \lambda_U N_0 (e^{\lambda_P t} - e^{(\lambda_P - \lambda_T)t})$$

Après intégration, on trouve donc

$$N_P(t) = \lambda_U N_0 \left(\frac{1}{\lambda_P} - \frac{e^{-\lambda_T t}}{(\lambda_P - \lambda_T)} \right) + K e^{-\lambda_P t}$$

On notant que $N_P(0) = 0$, on a donc

$$N_P(t) = \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_P} \left(1 - e^{-\lambda_P t}\right) - \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_P - \lambda_T} \left(e^{-\lambda_T t} - e^{-\lambda_P t}\right)$$

4) 2 ans plus tard...

a) À $t = 2$ an, on trouve pour les nombres de noyaux

$$N_T(2 \text{ an}) = 3,6 \times 10^{10} \text{ noyaux et } N_P(2 \text{ an}) = 4,1 \times 10^8 \text{ noyaux}$$

et pour les activités

$$a_T(2 \text{ an}) = 1,2 \times 10^4 \text{ Bq et } a_P(2 \text{ an}) = 1,2 \times 10^4 \text{ Bq}$$

b) On a donc

$$a_{tot}(2 \text{ an}) = a_U(2 \text{ an}) + a_T(2 \text{ an}) + a_P(2 \text{ an}) = 3,6 \times 10^4 \text{ Bq}$$

c) On constate que l'activité de l'échantillon augmente au cours du temps, ce qui est *a priori* contre-intuitif.

Si l'on considère l'activité en uranium 238 (nombre de noyaux d'uranium 238 qui se désintègrent), elle décroît très doucement avec le temps, et peut être considérée comme constante sur cette échelle de temps.

Cependant, on parle ici de l'activité de l'échantillon, c'est-à-dire du nombre total de désintégrations. À partir d'un temps grand devant la période du thorium 234 (une centaine de jours) les contributions à l'activité des 3 premiers noyaux sont identiques ($a_U = a_T = a_P$), car chaque désintégration d'un uranium est suivie quasi-instantanément par la désintégration d'un thorium 234 et d'un protactinium 234. Il s'agit d'un **équilibre séculaire**.

On peut donc dire directement, que pour des temps grands devant 100 jours, on a

$$a_{tot}(t) = 3 \times a_U(t)$$

Série 3 : Désexcitations γ

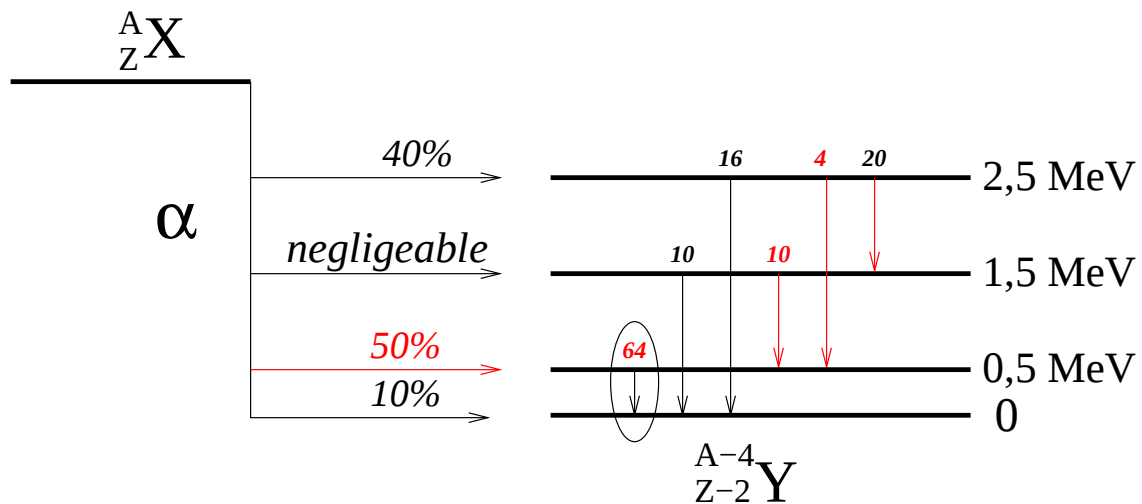
3.0 Echauffement - QCM

Q. 1 - Un état excité :

- A ☒ est un état ayant une énergie de liaison plus petite que l'état fondamental. C'est la raison pour laquelle il peut se désexciter spontanément vers l'état fondamental.
- B ☐ est un état ayant une masse plus petite que l'état fondamental. C'est la raison pour laquelle il peut se désexciter spontanément vers l'état fondamental.
- C ☐ a nécessairement une période plus courte que l'état fondamental.
- D ☐ se désexcite vers l'état fondamental en émettant un photon gamma dont l'énergie dépend de sa période
- E ☐ toutes les propositions sont fausses

3.1 Désexcitations γ

Il faut tenir compte de tous les chemins menant au premier état excité ($E^* = 0,5 \text{ MeV}$), cela inclue les désexcitations et les désintégrations α . Au final, on trouve 64 photons de 500 keV.

Figure 3.2: Désintégration du noyau X en noyau Y .

3.2 Désintégration γ du Technétium

1)a) En première approximation, le photon γ emporte l'excès d'énergie. On a donc :

$$E_0 = [m(\text{Tc}^*) - m(\text{Tc})]c^2 = 1,535 \times 10^{-4} \text{ uma} \times c^2 = 143 \text{ keV}$$

b) On constate que si le photon emporte toute l'énergie, le noyau de Tc est donc au repos. Au niveau de la quantité de mouvement, on a donc dans l'état final une quantité de mouvement non-nulle (celle du photon) alors que la quantité de mouvement est nulle dans l'état initial (noyau Tc^* au repos).

La quantité de mouvement n'est donc pas conservée, à cause de l'approximation. Il faut donc dans la suite considérer le recul du noyau Tc.

2)a) On fait le bilan d'énergie totale et de quantité de mouvement :

$$m(\text{Tc}^*)c^2 = m(\text{Tc})c^2 + E_\gamma + T(\text{Tc}) \quad (3.1)$$

$$\vec{0} = \vec{p}_\gamma + \vec{p}(\text{Tc}) \quad (3.2)$$

De l'équation (3.2), on déduit que l'angle entre le photon et le noyau Tc est 180° et que $p(\text{Tc}) = p_\gamma = E_\gamma/c$.

En notant que $T(\text{Tc}) = p^2(\text{Tc})/2m(\text{Tc})$, l'équation (3.1) peut alors se réécrire :

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2m(\text{Tc}) \times c^2}$$

b) Il s'agit d'une équation du deuxième degré dont l'inconnue est E_γ . On trouve 2 solutions :

$$E_1 = -m(\text{Tc})c^2 + m(\text{Tc})c^2 \times \sqrt{1 + \frac{2\Delta E}{m(\text{Tc})c^2}}$$

$$E_2 = -m(\text{Tc})c^2 - m(\text{Tc})c^2 \times \sqrt{1 + \frac{2\Delta E}{m(\text{Tc})c^2}}$$

La solution E_2 est négative, la solution physiquement acceptable pour l'énergie du γ est donc E_1 .

3)a) Si $\Delta E \ll m(\text{Tc})c^2$, on peut effectuer un développement limité, avec $\epsilon = 2\Delta E/mc^2$:

$$E_1 = -m(\text{Tc})c^2 + m(\text{Tc})c^2 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{2\Delta E}{m(\text{Tc})c^2} - \frac{1}{8} \frac{4\Delta E^2}{m^2(\text{Tc})c^4} \right]$$

$$E_1 = \Delta E - \frac{\Delta E^2}{2m(\text{Tc})c^2}$$

b) La correction relative entre la valeur $E_0 = \Delta E$ et E_1 est donnée par :

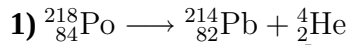
$$\frac{E_1 - E_0}{E_0} = -\frac{\Delta E}{2m(\text{Tc})c^2} = -7,7 \times 10^{-7}$$

On peut noter que la correction est très faible, l'approximation initiale était donc tout à fait justifiée !

La valeur est négative, en effet à cause du recul du noyau, le photon emporte un peu moins d'énergie que dans la première approximation.

Série 4 : Désintégrations α , β

4.0 Echauffement



2) Par définition, $Q = [m(\text{Po}) - m(\text{Pb}) - m(\text{He})]c^2$

En utilisant les masses des atomes, on trouve :

$$Q = [M(\text{Po}) - 84m_e - M(\text{Pb}) + 82m_e - M(\text{He}) + 2m_e]c^2 = [M(\text{Po}) - M(\text{Pb}) - M(\text{He})]c^2$$

L'application numérique donne : $Q = 6,11 \text{ MeV}$.

Le bilan d'énergie de masse est positif, la réaction est donc exoénergétique.

3) On note 1 les grandeurs relatives au Pb et 2 les grandeurs relatives à l'hélium.

On utilise la conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{0} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

le noyau de Polonium étant au repos dans l'état initial. On en conclut que $p_1 = p_2$ et que les deux noyaux sont émis avec un angle $\theta = 180^\circ$ (dos-à-dos).

Il faut ensuite relier les quantités de mouvement aux énergies cinétiques (notées T). On a (en mécanique classique) :

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

La condition $p_1 = p_2$, nous donne : $m_1T_1 = m_2T_2$.

Or, pour cette réaction, on a : $Q = T_1 + T_2$, on en tire :

$$T_1 = \frac{m_2Q}{m_2 + m_1} \quad T_2 = \frac{m_1Q}{m_2 + m_1}$$

L'application numérique donne :

$$T_1 = 0,11 \text{ MeV} \quad T_2 = 6 \text{ MeV}$$

On en conclut logiquement que le noyau le plus léger emporte presque toute l'énergie.

4.1 Désintégration β^- du thorium 234

a) On a

$$Q(\beta^-) = (m(\text{Th}) - m(\text{Pa}) - m_e)c^2 = (M(\text{Th}) - M(\text{Pa}))c^2 = 0,273 \text{ MeV}$$

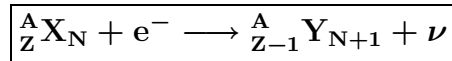
- b) Il s'agit d'un spectre continu jusqu'à 273 keV.
 b) 273 keV maximum.
 c) On a dans ce cas

$$Q(\beta^+) = (m(\text{Th}) - m(\text{Ac}) - m_e)c^2 = (M(\text{Th}) - M(\text{Ac}) - 2m_e)c^2 = -5,51 \text{ MeV}$$

Cette désintégration est énergétiquement impossible car Q est négatif.

4.2 Capture électronique

- a) Le noyau capture un électron de son propre cortège électronique (en général un électron proche du noyau).



Il s'agit bien d'un processus de désintégration car il est spontané. Notons que ce phénomène est dû à l'interaction faible, à très courte portée. Il est donc impératif que l'électron passe à l'intérieur du noyau. Ceci est possible car un électron "orbitant" autour du noyau a une probabilité de présence non-nulle à l'intérieur du noyau lui-même, ce qui souligne la limite du modèle planétaire de l'atome.

- b) On calcule les valeurs de Q :

$$Q_{\beta^+} = [M(\text{Co}) - M(\text{Fe}) - 2m_e]c^2 = -185 \text{ keV} \quad (4.3)$$

$$Q_{CE} = [M(\text{Co}) - M(\text{Fe})]c^2 - b_K = 829 \text{ keV} \quad (4.4)$$

Lorsque le fer 57 est produit dans son état fondamental, la capture électronique est énergétiquement possible alors que la désintégration β^+ ne l'est pas.

- c) Pour la désintégration β^+ , le processus est impossible énergétiquement. Pour la capture électronique, on a

$$Q_{CE}^* = 829 - 136 = 693 \text{ keV}$$

- d) On a

$$T(\nu) \simeq 693 \text{ keV}$$

Non, car il interagit très peu avec la matière.

- e) Un photon γ de 136 keV.
 f) On a

$$a = \frac{\ln 2}{T} \times \frac{N_a}{57} = 3,1 \times 10^{14} \text{ Bq}$$

4.3 Etat excité et désintégration α

- 1)a) La relation entre la masse atomique et la masse nucléaire est :

$$M({}_Z^AX) = m({}_Z^AX) + Zm_e$$

La masse de l'état excité est donnée par

$$m({}_Z^AX^*)c^2 = m({}_Z^AX)c^2 + E^*$$

On trouve donc

$$m({}_{90}^{234}\text{Th}) = 233,994222 \text{ uma} \quad \text{et} \quad m({}_{90}^{234}\text{Th}^*) = 233,994275 \text{ uma}$$

La masse nucléaire de l'état excité est donc légèrement plus grande ($\sim 2 \times 10^{-5} \%$).

b) L'énergie de liaison est donnée par :

$$B({}_Z^AX) = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - m({}_Z^AX)c^2$$

On trouve donc

$$B({}_{90}^{234}\text{Th}) = 1777,683 \text{ MeV} \quad \text{et} \quad B({}_{90}^{234}\text{Th}^*) = 1777,633 \text{ MeV}$$

L'énergie de liaison de l'état excité est donc légèrement plus petite ($\sim 2,8 \times 10^{-3} \%$).

c) On peut donc comprendre l'état excité sous 2 aspects : il est excité car sa masse est plus grande que celle de l'état fondamental. Il peut se désexciter vers l'état fondamental car son énergie de liaison est moins grande que celle de ce dernier.

2)a) Pour la désintégration vers l'état fondamental, on a :

$$Q = m(\text{U})c^2 - m(\text{Th})c^2 - m(\text{He})c^2 = M(\text{U})c^2 - M(\text{Th})c^2 - M(\text{He})c^2 = 4,27 \text{ MeV}$$

Pour la désintégration vers l'état excité, on a :

$$Q^* = m(\text{U})c^2 - m(\text{Th}^*)c^2 - m(\text{He})c^2 = Q - E^* = 4,22 \text{ MeV}$$

b) Pour la désintégration vers l'état fondamental, on a :

$$T(\alpha) = \frac{m(\text{Th})}{m(\text{He}) + m(\text{Th})} \times Q \simeq \frac{234}{238} \times Q \simeq 4,20 \text{ MeV}$$

Pour la désintégration vers l'état excité, on a :

$$T(\alpha) = \frac{m(\text{Th}^*)}{m(\text{He}) + m(\text{Th}^*)} \times Q^* \simeq \frac{m(\text{Th})}{m(\text{He}) + m(\text{Th})} \times Q^* \simeq \frac{234}{238} \times Q^* = 4,15 \text{ MeV}$$

où on a négligé l'énergie d'excitation devant la masse du noyau mais pas devant la valeur de Q . On a donc une énergie caractéristique par désintégration et dans cet exemple on attend donc : 79% d' α de 4,2 MeV et 21% d' α de 4,15 MeV. Il faut que le détecteur ait une bonne résolution pour pouvoir distinguer des énergies aussi proches.

Notons finalement que l'énergie cinétique de l' α est plus faible lors d'une désintégration vers un état excité, ce qui correspond au fait que, dans ce cas, de l'énergie est utilisée pour exciter le noyau (et donc augmenter sa masse).

Série 5 : Réactions nucléaires

Exercice de préparation du TD

5.0 Echauffement - QCM

Q. 2 - On cherche à produire du Phosphore 30 ($^{30}_{15}\text{P}$) en bombardant une cible d'Aluminium 27 ($^{27}_{13}\text{Al}$) avec des noyaux d'Hélium (^4_2He). Le bilan d'énergie de masse Q peut s'écrire :

A ☐ $Q = (M(^{27}_{13}\text{Al}) + M(^4_2\text{He}) - M(^{30}_{15}\text{P}) + m_n)c^2$

B ☐ $Q = (M(^{27}_{13}\text{Al}) + M(^4_2\text{He}) - M(^{30}_{15}\text{P}) - m_e)c^2$

C ☐ $Q = (M(^{27}_{13}\text{Al}) + M(^4_2\text{He}) - M(^{30}_{15}\text{P}))c^2$

D ☒ $Q = (M(^{27}_{13}\text{Al}) + M(^4_2\text{He}) - M(^{30}_{15}\text{P}) - m_n)c^2$

E ☐ toutes les propositions sont fausses

5.1 Première transmutation artificielle



1) $Q = [M(\text{He}) + M(\text{N}) - M(\text{H}) + M(\text{O})]c^2 = -1,19 \text{ MeV}$.

La réaction est endoénergétique. Elle consomme de l'énergie. Il faut donc que la particule α ait une énergie suffisante pour que la réaction soit possible.

2) Cette question a été intégralement traitée en cours.

Cela souligne le fait que le cours est à savoir...

On utilise le théorème de König pour le système de particules (3+4) : $\boxed{T = T_{\text{CM}} + T^*}$.

où T^* est l'énergie cinétique dans le référentiel du centre de masse (de 3 et 4) et T dans le référentiel du laboratoire.

On peut tout d'abord calculer le terme T_{CM} :

$$T_{\text{CM}} = \frac{1}{2}(m_3 + m_4)V_G^2 \quad \text{avec} \quad \vec{V}_G = \frac{m_3 \vec{V}_3 + m_4 \vec{V}_4}{m_3 + m_4}$$

Or par conservation de la quantité de mouvement, on sait que :

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = m_3 \vec{V}_3 + m_4 \vec{V}_4$$

On trouve donc :

$$T_{\text{CM}} = \frac{1/2 \times p_1^2}{m_3 + m_4} = \frac{m_1 T_1}{m_3 + m_4}$$

On a donc, en utilisant le théorème de König, pour l'état final et dans le référentiel du laboratoire :

$$T_F = \frac{m_1 T_1}{m_3 + m_4} + T_F^*$$

On sait que le minimum (le seuil), c'est-à-dire le moins coûteux en énergie et de produire les particules 3 et 4 au repos dans leur référentiel du centre de masse, soit $T_F^* = 0$.

Le bilan d'énergie de masse nous indique :

$$Q = T_F - T_I$$

Or, dans l'état initial, seul le noyau d'hélium est en mouvement, on a donc : $T_I = T_1$.

On en déduit :

$$T_1 > \frac{-Q(m_3 + m_4)}{m_3 + m_4 - m_1}$$

L'application numérique donne $T_1^{\text{mini}} = 1,53 \text{ MeV}$.

3)a) On a

$$B_c = \alpha \hbar c \times \frac{Z_1 Z_2}{1,25 \times (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} = 4,03 \text{ MeV}$$

3)b) La condition précédente s'exprime dans le référentiel du centre de masse du système cible-projectile, $T_1^* + T_2^* > B_c$. On utilise à nouveau le théorème de König pour repasser dans le référentiel du laboratoire. On a :

$$T_1 = T_1^* + T_2^* + T_{\text{CM}} \text{ avec } T_{\text{CM}} = \frac{m_1 T_1}{m_1 + m_2}$$

La condition devient donc

$$T_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_2} \times B_c \quad (5.3)$$

On en déduit l'énergie minimale du projectile dans le référentiel du laboratoire, pour mettre les 2 noyaux en contact :

$$T_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_2} \times B_c = 5,18 \text{ MeV} \text{ pour franchir la barrière coulombienne}$$

4) L'énergie seuil calculée en **2)** est celle que doit avoir l' α au moment où il touche le ^{14}N ... mais avant il faut franchir la barrière coulombienne (les deux étant chargés positivement). Le seuil pour la réaction est donc 5,18 MeV.

Lors de son expérience Rutherford a par exemple pu utiliser une source radioactive de Polonium (cf. exercice 4.0), qui émet des α de 6 MeV.

5.2 Irradiation du soufre

1)

$$N_s(0) = \frac{\rho_e S \mathcal{N}_{\text{av}}}{M_{\text{mol}}} = 5,3 \times 10^{22} \text{ noyaux}$$

2)

$$dN_p = N_s \sigma \varphi dt - \lambda N_p dt \Rightarrow \frac{dN_p}{dt} + \lambda N_p = \sigma \varphi N_s(t)$$

On ne peut pas intégrer cette équation car on ne connaît pas $N_s(t)$.

Or, on sait que $N_s(t) + N_p(t) = N_s(0)$. On a donc :

$$\frac{dN_p}{dt} + (\sigma \varphi + \lambda) N_p(t) = \sigma \varphi N_s(0)$$

3) On a donc

$$N_p(t) = \frac{\sigma \varphi N_s(0)}{\sigma \varphi + \lambda} [1 - e^{-(\sigma \varphi + \lambda)t}]$$

Par ailleurs, on sait que $a_p(t) = \lambda N_p(t)$. On en déduit :

$$a_p(t) = \frac{\lambda \sigma \varphi N_s(0)}{\sigma \varphi + \lambda} [1 - e^{-(\sigma \varphi + \lambda)t}]$$

Quand t tend vers l'infini, on trouve :

$$a^{eq} = 5,94 \times 10^7 \text{ Bq}$$