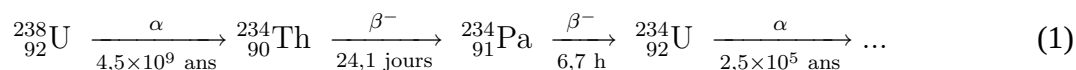


Physique Nucléaire

*Les données numériques sont indiquées à la fin du problème***Étude de l'uranium appauvri**

L'uranium appauvri est un sous-produit du processus d'enrichissement de l'uranium. En première approximation, on peut le considérer comme pur en uranium 238 à l'instant de la sortie de l'usine d'enrichissement ($t = 0$). L'équation (1) résume les différentes désintégrations constituant la chaîne radioactive de l'uranium 238. Dans la suite, on s'intéresse à un échantillon de 1 gramme d'uranium appauvri.

**1) Désintégration α du ${}_{92}^{238}\text{U}$**

L'uranium 238 se désintègre par émission α (cf. figure 1), soit vers l'état fondamental du thorium 234 (79 %) soit vers son premier état excité (21 %), pour lequel l'énergie d'excitation est $E^* = 49,5 \text{ keV}$.

- a) Calculer le bilan d'énergie pour la désintégration vers l'état fondamental $Q(\alpha_1)$ et vers l'état excité $Q(\alpha_2)$.
- b) Redémontrer la relation donnant $T(\alpha)$, l'énergie cinétique de l' α .
- c) Calculer l'énergie cinétique des 2 α émis : $T(\alpha_1)$ et $T(\alpha_2)$.
- d) Pour 100 désintégrations du ${}_{92}^{238}\text{U}$, donner le nombre et l'énergie des photons γ émis.

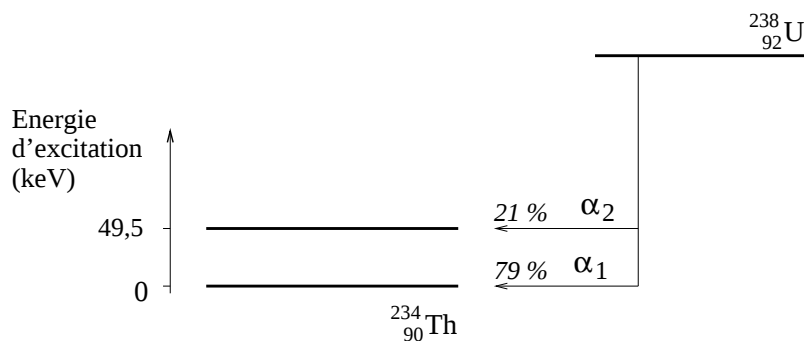


Figure 1: Schéma de désintégration de l'Uranium 238.

2) Désintégration β^- du ${}_{90}^{234}\text{Th}$

Le thorium 234 se désintègre par émission β^- vers l'état fondamental du protactinium 234 (${}_{91}^{234}\text{Pa}$).

- a) Calculer la valeur du bilan d'énergie de masse $Q(\beta^-)$ en MeV.
- b) Si l'on considère une désintégration vers un état excité du ${}_{91}^{234}\text{Pa}$, quelle est l'énergie d'excitation maximale possible ?
- c) Un autre type de désintégration envisageable serait une désintégration β^+ vers le ${}_{89}^{234}\text{Ac}$. Écrire

cette désintégration et montrer qu'elle est énergétiquement impossible.

3) Étude de l'activité de l'uranium appauvri

On s'intéresse maintenant à l'évolution de l'activité de l'échantillon d'uranium appauvri (de masse $m = 1$ g). À $t = 0$, on considère un échantillon pur en uranium 238 et on note N_0 le nombre de noyaux d'uranium 238 à cet instant. On rappelle que la masse molaire est $M_{mol}(^{238}\text{U}) \simeq 238 \text{ g.mol}^{-1}$. L'équation (1) résume les différentes désintégrations à considérer. Dans la suite, on notera avec un indice U les grandeurs relatives à l'Uranium 238 (λ_U, T_U, N_U) et avec un indice T et P celles relatives au Thorium 234 et au Protactinium 234.

- À l'instant initial ($t = 0$), calculer le nombre de noyaux d'uranium 238 (N_0) et l'activité a_0 de l'échantillon d'uranium appauvri.
- Montrer que pour des échelles de temps de l'ordre de l'année, le nombre de noyaux d'uranium 238 ne varie pas de manière significative. Dans la suite, on prendra $N_U(t) = N_0$.
- Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux de $^{234}_{90}\text{Th}$ (dN_T) pendant un intervalle de temps dt .
- Résoudre cette équation différentielle et trouver l'expression littérale $N_T(t)$.
- Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux de $^{234}_{91}\text{Pa}$ (dN_P) pendant un intervalle de temps dt .
- Résoudre cette équation différentielle et trouver l'expression littérale $N_P(t)$.
- À $t = 2$ an, calculer le nombre de noyaux de thorium et de protactinium ainsi que les activités correspondantes (a_T et a_P).
- L'activité de l'échantillon est la somme des activités des noyaux le constituant. Calculer l'activité de l'échantillon à $t = 2$ an.
- Expliquez ce résultat *a priori* surprenant et retrouvez le sans calcul.

Données numériques

1) Données numériques du problème :

	$^{238}_{92}\text{U}$	$^{234}_{90}\text{Th}$	$^{234}_{91}\text{Pa}$	$^{234}_{92}\text{U}$	$^{234}_{89}\text{Ac}$	^4He
M (uma)	238,0507826	234,0435955	234,0433023	234,0409456	234,0484200	4,0026032
T	$4,468 \times 10^9$ an	24,1 jour	6,7 h	$2,5 \times 10^5$ an	44 s	stable

Table 1: Masses atomiques en uma

2) Données numériques usuelles :

Masse du proton : $m_p = 1,0072765$ uma

Masse du neutron : $m_n = 1,0086649$ uma

Masse de l'électron : $m_e = 0,000548$ uma

$1 \text{ uma} \times c^2 = 931,5 \text{ MeV}$, $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$\hbar c = 197,3 \text{ MeV.fm}$, $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137,1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$.

Formulaire

- Masse atomique

$$M({}_Z^AX) = m({}_Z^AX) + Zm_e$$

où $M({}_Z^AX)$ est la masse d'un atome et $m({}_Z^AX)$ la masse du noyau correspondant.

- Bilan d'énergie de masse (Q) :

$$Q = \left[\sum_i m_i - \sum_f m_f \right] \times c^2 \quad (2)$$

où $\sum_i m_i$ est la somme des masses des noyaux dans l'état initial ($\sum_f m_f$ dans l'état final).

- Energie de liaison nucléaire :

$$B({}_Z^AX_N) = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - m({}_Z^AX_N) c^2 \quad (3)$$

- Rayon du noyau :

$$R({}_Z^AX) = R_0 A^{1/3}, \text{ avec } R_0 = 1,25 \text{ fm} \quad (4)$$

- Masse de l'état excité ${}_Z^AX^*$:

$$m({}_Z^AX^*) c^2 = m({}_Z^AX) c^2 + E^* \quad (5)$$

- Énergie seuil pour une réaction nucléaire $(1) + (2) \longrightarrow (3) + (4)$:

$$T_1^{\text{seuil}} = \frac{-Q(m_3 + m_4)}{m_3 + m_4 - m_1} \quad (6)$$

- Barrière coulombienne :

$$B_c = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)} \quad (7)$$

- Franchissement de la barrière coulombienne

$$T_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_2} \times B_c \quad (8)$$

avec m_1, m_2 les masses du projectile et de la cible respectivement.

- Nombre d'interactions pas seconde lors d'une réaction nucléaire:

$$N_{\text{int}} = \sigma \times N_{\text{cible}} \times \varphi \quad (9)$$

où N_{cible} est le nombre de noyaux dans la cible et φ est la densité de flux (nombre de particules incidentes par unité de surface et par unité de temps).

Physique Nucléaire

Étude de l'Uranium appauvri**1) Désintégration α du $^{238}_{92}\text{U}$** **a)** Pour la désintégration vers l'état fondamental, on a :

$$Q(\alpha_1) = m(\text{U})c^2 - m(\text{Th})c^2 - m(\text{He})c^2 = M(\text{U})c^2 - M(\text{Th})c^2 - m(\text{He})c^2 = 4,27 \text{ MeV}$$

Pour la désintégration vers l'état excité, on a :

$$Q(\alpha_2) = m(\text{U})c^2 - m(\text{Th}^*)c^2 - m(\text{He})c^2 = Q(\alpha_1) - E^* = 4,22 \text{ MeV}$$

b) On utilise la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\begin{cases} \text{Initial} & \vec{p}_i = \vec{0} \\ \text{Final} & \vec{p}_f = \vec{p}(\alpha) + \vec{p}(\text{Th}) \end{cases}$$

Les deux noyaux sont émis dos-à-dos (avec un angle de 180°) et on a donc $m(\text{Th})T(\text{Th}) = m(\alpha)T(\alpha)$. La conservation de l'énergie totale implique :

$$Q = T(\text{Th}) + T(\alpha) \quad (10)$$

On trouve donc :

$$T(\alpha) = \frac{m(\text{Th})Q}{m(\alpha) + m(\text{Th})} \quad (11)$$

c) Pour la désintégration vers l'état fondamental, on a :

$$T(\alpha_1) = \frac{m(\text{Th})}{m(\text{He}) + m(\text{Th})} \times Q \simeq \frac{234}{238} \times Q \simeq 4,20 \text{ MeV}$$

Pour la désintégration vers l'état excité, on a :

$$T(\alpha_2) = \frac{m(\text{Th}^*)}{m(\text{He}) + m(\text{Th}^*)} \times Q^* \simeq \frac{m(\text{Th})}{m(\text{He}) + m(\text{Th})} \times Q^* \simeq \frac{234}{238} \times Q^* = 4,15 \text{ MeV}$$

où on a négligé l'énergie d'excitation devant la masse du noyau mais pas devant la valeur de Q .On a donc une énergie caractéristique par désintégration et dans cet exemple on attend donc : 79% d' α de 4,2 MeV et 21% d' α de 4,15 MeV.**d)** Pour 100 désintégrations du $^{238}_{92}\text{U}$, on attend en moyenne 21 photons γ d'énergie $E_\gamma = 49,5 \text{ keV}$, correspondant à la désexcitation de l'état excité.

Remarque : en fait dans ce cas, la désexcitation se fait majoritairement par émission d'électrons de conversion, processus que nous n'avons pas vu en cours...

2) Désintégration β^- du ${}^{234}_{90}\text{Th}$

a) On a

$$Q(\beta^-) = (m(\text{Th}) - m(\text{Pa}) - m_e)c^2 = (M(\text{Th}) - M(\text{Pa}))c^2 = 0,273 \text{ MeV}$$

b) 273 keV maximum.

c) On a

$$Q(\beta^+) = (m(\text{Th}) - m(\text{Ac}) - m_e)c^2 = (M(\text{Th}) - M(\text{Ac}) - 2m_e)c^2 = -5,51 \text{ MeV}$$

Cette désintégration est énergétiquement impossible car Q est négatif.

3) Étude de l'activité de l'Uranium appauvri

a) À l'instant initial, on a

$$N_0 = \frac{N_a}{M_{\text{mol}}} = 2,53 \times 10^{21} \text{ noyaux}$$

et

$$a_0 = \lambda_U \times N_0 = 1,24 \times 10^4 \text{ Bq}$$

b) Vue la période de l'uranium 238, la variation du nombre de noyaux d'uranium 238 est négligeable pour un temps de l'ordre de l'année.

c) On a

$$dN_T = +\lambda_U N_0 dt - \lambda_T N_T dt$$

d) On trouve

$$N_T(t) = \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_T} (1 - e^{-\lambda_T t})$$

e) On a

$$dN_P = +\lambda_T N_T dt - \lambda_P N_P dt$$

soit

$$\frac{dN_P}{dt} + \lambda_P N_P = \lambda_U N_0 (1 - e^{-\lambda_T t})$$

f) On trouve

$$N_P(t) = \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_P} (1 - e^{-\lambda_P t}) - \frac{\lambda_U N_0}{\lambda_P - \lambda_T} (e^{-\lambda_T t} - e^{-\lambda_P t})$$

g) À $t = 2 \text{ an}$, on a

$$N_P(t = 2 \text{ an}) = 4,33 \times 10^8 \text{ et } N_T(t = 2 \text{ ans}) = 3,73 \times 10^{10}$$

soit

$$a_P(t = 2 \text{ an}) = a_T(t = 2 \text{ ans}) = 1,24 \times 10^4 \text{ Bq}$$

h) Vue la période de l'uranium 234, il n'y a pas lieu de le considérer pour des temps de l'échelle de l'année. On a donc :

$$a_{\text{tot}} = a_U + a_T + a_P = 3 \times a_U$$

i) On constate que l'activité de l'échantillon augmente au cours du temps, ce qui est *a priori* contre-intuitif.

En effet, si l'on considère l'activité en Uranium 238 (nombre de noyaux d'Uranium 238 qui se désintègrent), elle décroît très doucement avec le temps, et peut être considérée comme constante sur cette échelle de temps.

Cependant, on parle ici de l'activité de l'échantillon, c'est-à-dire le nombre total de désintégrations. À partir d'un temps grand devant la période du Thorium 234 (une centaine de jours) les contributions à l'activité des 3 premiers noyaux sont identiques ($a_U = a_T = a_P$), car chaque désintégration d'un uranium est suivie quasi-instantanément par la désintégration d'un thorium 234 et d'un protactinium 234.

On parle **d'équilibre séculaire**.