ENS Lyon - Master de Sciences de la Matière, année M2 24 mars 2014, durée 3h

Examen d'Introduction à la Chromodynamique Quantique
Documents du cours autorisés

Exercice 1 : Factorisation de masse

L'expression de factorisation de masse pour un processus initié par deux partons i, j prend la forme :

$$d\tilde{\sigma}_{ij} = \Gamma_{i\to l} \otimes \Gamma_{j\to m} \otimes d\hat{\sigma}_{lm}\,. \tag{1}$$

Ici, $d\tilde{\sigma}_{ij}$ est la section efficace partonique (déjà renormalisée) qui contient toujours des divergences colinéaires, $d\hat{\sigma}_{lm}$ sont des sections efficaces dures, et les $\Gamma_{i\to j}(z)$ sont des constantes de factorisation. Une somme sur l, m est sous-entendue.

Chacune des ces quantités a un développement perturbatif en α_s :

$$\begin{aligned} d\tilde{\sigma}_{ij} &= d\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)} + d\tilde{\sigma}_{ij}^{(1)} + d\tilde{\sigma}_{ij}^{(2)} + \dots\,, & (2)\\ d\hat{\sigma}_{ij} &= d\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} + d\hat{\sigma}_{ij}^{(1)} + d\hat{\tilde{}}_{ij}^{(2)} + \dots\,, & (3)\\ \Gamma_{i\to j} &= \Gamma_{i\to j}^{(0)} + \Gamma_{i\to j}^{(1)} + \Gamma_{i\to j}^{(2)}\,, & (4)\end{aligned}$$

avec $\Gamma_{i\to j}^{(0)}(z) = \delta_{ij}\delta(1-z)$.

a) Mettez l'équation (1) sous sa forme explicite en précisant les convolutions "$\otimes$".

b) Rappelez les constantes de factorisation (regularisation dimensionelle, schéma $\overline{\mathrm{MS}}$, jusqu'à l'ordre α_s inclus).

c) Dérivez les expressions pour $d\hat{\sigma}_{ij}^{(0)}$, $d\hat{\sigma}_{ij}^{(1)}$, et $d\hat{\sigma}_{ij}^{(2)}$ en fonction des sections efficaces partoniques et des constantes de factorisation.

d) Discutez l'expression pour $d\hat{\sigma}_{ij}^{(1)}$ ainsi trouvée à l'aide de l'exemple du processus $g + g \to q + \bar{q} + g$. Tracez au moins deux diagrammes de Feynman qui contribuent a ce processus. Identifiez les configurations avec une singularité collinéaire.

Exercice 2 : Facteur de couleur

Déterminez le rapport des sections efficaces $\sigma(\gamma + g \to c + \bar{c})/\sigma(\gamma + \gamma \to c + \bar{c})$ au leading order.
a) Tracez d'abord les diagrammes de Feynman en indiquant toutes les informations pertinentes (les couplages, vertex, couleurs).
b) Discuter le facteur de couleur associé à chacune des deux sections efficaces.
c) Déterminez alors ce rapport et estimez la valeur numérique en utilisant $\alpha_s = 0.1$, $\alpha = 1/137$.

Tournez la page s.v.p.

Exercice 3 : Le propagateur du gluon dans une jauge axiale

a) Rappelez la fonction de vertex V_{GG} ainsi que le propagateur du gluon dans une jauge covariante, c.à.d. avec un terme de fixation de jauge $\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi}(\partial^\mu G_\mu^a)^2$.

b) Une jauge axiale est definie par $\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi}(b^\mu G_\mu^a)^2$ avec un vecteur quelconque b^μ. Dérivez la fonction de vertex V_{GG} et le propagateur du gluon dans cette jauge.

<u>Piste :</u> Le propagateur a la forme générale $i\tilde{D}_{\mu\nu}^{ab} = P_{\mu\nu} = Ag_{\mu\nu} + Bp_\mu p_\nu + Cb_\mu b_\nu + D(p_\mu b_\nu + p_\nu b_\mu)$. Déterminez les coefficients A, B, C, D tel que $P_{\mu\nu}V_{GG}^{\nu\rho} = -\delta_\mu^\rho$.

c) Pour comprendre l'intérêt d'une telle jauge considérons le cas particulier avec $\xi = 0, b^2 = 0$ (light-cone gauge/jauge du cône de lumière). Le propagateur prend la forme

$$i\tilde{D}_{\mu\nu}^{ab}(p) = \delta^{ab}\frac{i}{p^2}\mathrm{d}_{\mu\nu}\,.$$

Montrez que $d_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{b_\mu p_\nu + p_\mu b_\nu}{b\cdot p}$ et que dans la limite $p^2 \to 0$

$$b^\mu d_{\mu\nu} = 0\,,\; p^\mu d_{\mu\nu} = 0\,.$$

Dans cette limite le numérateur du propagateur peut donc être décomposé en une somme sur deux polarisations :

$$d_{\mu\nu} = \sum_{i=1}^{2} \epsilon_\mu^{(i)}(p)\epsilon_\nu^{(i)}(p)$$

avec $p^\mu \epsilon_\mu^{(i)}(p) = 0$ et $b^\mu \epsilon_\mu^{(i)}(p) = 0$.

d) Bonus : Quel est le lagrangien de Faddeev et Popov $\mathcal{L}_{FP}$ dans cette jauge ?

Bon courage !