Physique des Particules - TD8

Problème 1

À l'aide des règles de Feynman, calculez $|M_{fi}|^2$ pour la diffusion élastique non-polarisée électron-proton. Vérifiez que le résultat est identique à celui-ci qui suit de $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ (resp. $\bar{p}p$) par croisement.

Problème 2

Dans la diffusion élastique eN la partie hadronique des éléments matrice (pour des objets étendus) peut être décrite par

$$\langle p'|\, j_\mu^{\rm em}(0)\, |p\rangle \propto \bar{u}(p')\Gamma_\mu u(p)$$

où Γ_μ est donné par l'expression Lorentz-covariante la plus générale :

$$\Gamma_\mu = A(q^2)q_\mu + B(q^2)P_\mu + C(q^2)\gamma_\mu + D(q^2)i\sigma_{\mu\nu}q^\nu + E(q^2)i\sigma_{\mu\nu}P^\nu$$

avec $P = p + p'$ et $q = p' - p$. En utilisant l'équation de Dirac et la conservation du courant, montrez que seulement deux parmi les cinq fonctions $A, \ldots, E$ sont linéairement indépendantes et que $A = 0$. Cela implique que le vertex nucléonique peut être écrit en toute généralité comme

$$\bar{u}(p')\Gamma_\mu u(p) = \bar{u}(p')\left[F_1(q^2)\gamma_\mu + F_2(q^2)i\sigma_{\mu\nu}q^\nu\right]u(p)\ .$$

Indication : Montrez d'abord l'identité de Gordon

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \frac{1}{2M_N}\bar{u}(p')\left[(p+p')^\mu + i\sigma_{\mu\nu}q^\nu\right]u(p)\ .$$

Problème 3

Pour comprendre la signification des facteurs de forme G_E et G_M, analysez l'interaction d'un nucléon avec un champs électro-magnétique externe A^μ_{ext} dans la limite non-relativiste :

$$H' = \int d^3x\, A^\mu_{ext.}(x)\, \langle p'|\, e\, j_\mu(x)\, |p\rangle\ .$$

(Indication : Calculez la forme explicite de $\bar{u}(p')\gamma_\mu u(p)$ dans la limite non-relativiste.)

Tournez la page s.v.p.

Problème 4

Pour trouver la signification physique de $G'_E(0) \equiv dG_E(q^2)/dq^2|_{q^2=0}(\sim \langle r^2 \rangle)$ on constate que dans la limite non-relativiste le facteur de forme $F(q^2)$ est la transformée de Fourier d'une distribution de charge électrostatique $\rho(\vec{x})$:

$$F(q^2) = \int d^3x \, e^{i\vec{q}\,\vec{x}} \, \rho(\vec{x}) \, .$$

Montrez que
(i) cette relation suit de l'interaction électrostatique

$$H' = \int d^3x \, \Psi_f^*(\vec{x}) V(\vec{x}) \Psi_i(\vec{x})$$

où

$$V(\vec{x}) = -eA^0(\vec{x}) = -e \int \frac{\rho(\vec{x}\,')}{|\vec{x} - \vec{x}\,'|} \, d^3x'$$

et $\Psi_i(\vec{x}) \sim e^{i\vec{p}_i\vec{x}}$;
(ii)

$$F(q^2) \equiv \int d^3x \, \rho(r) - \frac{\vec{q}^{\,2}}{6} \int d^3x \, \rho(r) r^2$$

pour $\rho(\vec{x}) = \rho(|\vec{x}|)$, c.à.d. $\langle r^2 \rangle = -6F'(0)/F(0)$.

Problème 5

Sans aucune symétrie d'isospin $\mathrm{SU}(2)$ les interactions entre les différents états de charge des pions et nucléons sont entièrement indépendantes :

$$\mathcal{L}'_{\pi N} = i(g_{\pi^- pn}\bar{p}\gamma_5 n\pi^- + g_{\pi^+ np}\bar{n}\gamma_5 p\pi^+ + g_{\pi^0 pp}\bar{p}\gamma_5 p\pi^0 + g_{\pi^0 nn}\bar{n}\gamma_5 n\pi^0) \, .$$

Montrez que, à cause de l'invariance d'isospin de $\mathcal{L}'_{\pi N}$
(i) tous les couplages sont liés par la relation suivante :

$$g_{\pi^- pn} = g_{\pi^+ np} = \sqrt{2}\, g \; ; \quad g_{\pi^0 pp} = -g_{\pi^0 nn} = g$$

où g est le couplage du Lagrangien qui est invariant sous transformations $\mathrm{SU}(2)$;
(ii) ces relations nous permettent à comparer les forces nn, pp und np ; c.à.d. montrez la relation suivante pour le rapport des amplitudes de diffusion élastique nucléon-nucléon :

$$T_{pp} : T_{nn} : T_{np} = 1 : 1 : 1 \, .$$

Ceci est connu comme "l'indépendance de charge des forces nucléaires", c.à.d. les forces entre les nucléons différents sont égales.
(Indication : À l'aide des diagrammes de Feynman trouvez, dans le cadre d'échange d'un seul pion, selon $\mathcal{L}'_{\pi N}$, les contributions à $T_{pp} \equiv T_{pp \to pp}$, etc.)