Physique des Particules - TD4

Problème 1

Considérez un processus $1 + 2 \to 3 + 4$. On définit les variables de Mandelstam s, t, et u par :

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \,. \end{aligned}$$

(i) Montrez que $s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2$, où m_i est la masse de la particule i.

(ii) Calculez toutes les énergies E_i^L et impulsions $\vec{p}_i^L$ dans le système du laboratoire en les exprimant par s et t.

(iii) Calculez l'angle de diffusion dans le laboratoire $\cos\theta_L$.

Problème 2

Considérez un processus $1 + 2 \to 3 + 4$ dans le système du centre de masse (CMS).

(i) Calculez les énergies E_i^* des particules individuelles, ainsi que leurs impulsions $p_i^* \equiv |\vec{p}_1^{\,*}| = |\vec{p}_2^{\,*}|$ et $p_f^* \equiv |\vec{p}_3^{\,*}{}'| = |\vec{p}_4^{\,*}{}'|$. Determinez le comportement asymptotique $(s \gg m_i^2)$ de ces expressions.

(ii) Montrez que l'angle de diffusion Θ^* est donné par

$$\cos\Theta^* = \frac{s(t-u) + (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}\sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)}}$$

avec la fonction de triangle $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$.

(iii) En utilisant le domaine de validité de l'angle de diffusion determinez t_{min} et t_{max}. Calculez la valeur asymptotique $(s \gg m_i^2)$ de t_{min} pour le cas général de masses différentes $(m_i \neq m_{i'})$ et pour $m_2 = m_4$.

(iv) Trouvez la relation entre les variables cinématiques E_1, E_2, $\vec{p}_1$ et $\vec{p}_2$ dans le système du laboratoire et le CMS.

Problème 3

Montrez que dans le CMS :

$$\begin{aligned} F &\equiv 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} \stackrel{CM}{=} 4 p_i^* \sqrt{s} \\ d\Phi_2 &\equiv (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \stackrel{CM}{=} \frac{1}{4\pi^2} \frac{p_f^*}{4\sqrt{s}} d\Omega^* \end{aligned}$$

où $d\Omega^* = d\Omega_3 = d\Omega_4$ est l'angle solide autour de $\vec{p}_3$ resp. $\vec{p}_4$.

Tournez la page s.v.p.

Problème 4

Considérez une désintégration non-polarisée à trois corps $p \to p_1 + p_2 + p_3$, par exemple la désintégration β d'un muon $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. Dans le sytème de repos du muon, calculez l'espace de phase à trois particules en utilisant $m_\mu \gg m_{e,\nu}$, c.à.d. montrez que

$$\Phi_3 = \frac{1}{32\pi^3} \int_0^{\frac{m_\mu}{2}} dE_1 \int_{\frac{m_\mu}{2} - E_1}^{\frac{m_\mu}{2}} dE_3.$$

Problème 5

Montrez que l'unitarité de la matrice S, $SS^\dagger = 1$, implique les relations suivantes :

a) $T_{fi} - T_{if}^* = i(2\pi)^4 \sum_n \delta^{(4)}(\ell_f - \ell_n) T_{fn} T_{in}^*$.

b) Pour $i = f$, c.à.d. la diffusion élastique en avant $(\theta = 0)$ avec 2 particules a et b dans létat initial i,

$$\mathrm{Im}\, M_{ii} = \sqrt{\lambda(s, m_a^2, m_b^2)}\, \sigma_{tot}$$

(Théorème optique).