QUANTITÉ DE MOUVEMENT ET COLLISIONS : CORRECTIONS

Exercices prioritaires :

Exercice n° 1

Vrai-Faux *

1. Lors d'un choc inélastique ni l'énergie ni la quantité de mouvement ne sont conservées.

   Faux : l'énergie n'est pas conservée (inélastique) mais la quantité de mouvement oui (système isolé).

2. Lors du choc élastique d'une balle indéformable tombant verticalement sur la surface de la terre (supposée aussi indéformable) la quantité de mouvement totale n'est pas conservée sinon la terre serait légèrement déviée.

   Faux : Si on considère le système Terre+Balle sa quantité de mouvement se conserve. La terre change de vitesse après le choc mais ce changement est infime.

   En supposant un choc frontal avec la terre de masse M à l'arrêt ($V = 0$) et la balle de masse $m = 300g$ et de vitesse v on obtient :

   $$v' = \frac{m-M}{m+M} v \simeq -v \qquad \text{et} \qquad V' = \frac{2m}{m+M} v \simeq 10^{-25} v$$

3. Roulons sous la pluie : un wagonnet roule sans frottement à l'horizontale, sous la pluie, de sorte qu'il se remplit d'eau au fur et à mesure qu'il avance.

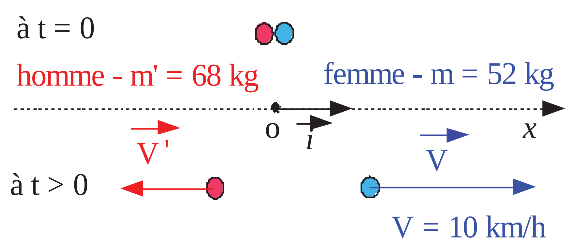
Sa vitesse :	Sa quantité de mouvement :	Son énergie :
(a) augmente	(a) augmente	(a) augmente
(b) diminue	(b) diminue	(b) diminue
(c) ne change pas	(c) ne change pas	(c) ne change pas
Diminue : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$ (pas de forces). Comme la masse augmente la vitesse va diminuer.	Ne change pas : le wagonnet n'est soumis à aucune force extérieure donc le PFD nous dit que $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$.	Diminue : l'énergie du wagonnet est $p^2/2m$. Comme m augmente, l'énergie diminue.

Exercice n° 2

Couple de patineurs ⋆

Un couple de patineurs est initialement immobile sur la glace. Se repoussant avec leurs mains, la femme communique à son partenaire une vitesse de 10 km/h sur la glace. La femme a une masse $m = 52$ kg et l'homme une masse $m' = 68$ kg.

1. Quel est le mouvement du centre de masse du couple ?



Le couple de patineurs n'étant soumis à aucune force externe, leur centre de masse - observé dans un repère lié à la glace ((0,x)) - reste immobile avant et après que la femme ait repoussé son partenaire, car :

$$(m+m')\vec{\Gamma}_G = \sum_i \left(\vec{F}_i\right)_{ext} = \vec{0},\ \text{donc}\ \vec{V}_G = \vec{Cte} = \vec{0},\ \text{du fait que}\ V_G = 0\ \text{à}\ t = 0.$$

2. Calculer la vitesse de la femme sur la glace et la vitesse à laquelle l'homme voit sa partenaire s'éloigner.

Pour les mêmes raisons, la quantité de mouvement totale ($\vec{P}$) du couple doit rester constante au cours du temps - ce qui implique que :

$$\vec{P}(t>0) = m'\vec{V}' + m\vec{V} = \vec{P}(t=0) = \vec{0}\text{, ce qui, projeté sur l'axe (0,x), donne :}$$

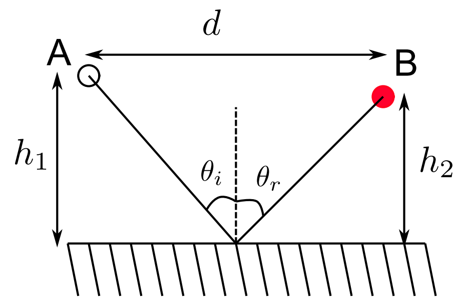
$$-m'V' + mV = 0\ \text{, soit : } V = \frac{m'}{m}V' = \frac{68}{52}\cdot 10^4/3600\ \text{m/s} = 3{,}63\ \text{m/s ou } 13{,}1\ \text{km/h}\ .$$

L'homme voit sa partenaire s'éloigner à une vitesse : $V + V' = 23{,}1$ km/h .

Exercice n° 3

Billard à une bande ⋆

Les boules A et B d'un billard sont disposées comme sur la figure. On veut percuter la boule B avec la boule A, via un rebond sur la bande.



1. En supposant le choc élastique, trouver la position du rebond de la boule A sur la bande pour que celle ci entre en collision avec la boule B.
2. Sachant qu'on considérera la bande comme un solide indéformable de masse infinie, que peut-on dire de l'énergie de la boule avant et après le choc ?
3. Que peut-on dire des changement de quantités de mouvement selon (x) et selon (y) ?

Lors du choc sur la bande les forces sont exclusivement perpendiculaires à celle-ci.

Cet exercice est mal posé : pour répondre à la première question on utilise les principes démontrés aux questions 2 et 3.

2 La bande étant immobile, indéformable et infiniment lourde elle a donc une énergie cinétique qui ne peut varier. Donc la conservation de l'énergie cinétique au cours du choc (élastique) nous assure que l'énergie cinétique de la boule se conserve. Le module de la vitesse de la boule est donc conservé : $\Rightarrow \quad v_i = v_r$

3 En considérant le système constitué de la boule seule : ce système subit une variation de quantité de mouvement à l'instant du choc car c'est le seul moment où une force extérieure (réaction de la bande) au système est présente. Cette force étant perpendiculaire à la bande on peut donc dire que la quantité de mouvement sur l'axe Ox est conservée : $mv_{ix} = mv_{rx} \Rightarrow v_{ix} = v_{rx}$. La conservation de l'énergie cinétique nous permet donc de dire que $|v_{iy}| = |v_{ry}|$. Sur l'axe $0y$ on a en revanche au moment du choc $dv_y/dt = R$ (R étant la force exercée par la bande au moment de l'impact) ce qui impose que v_{ry} et v_{iy} soient de signes opposés. On a donc au final :

$$v_{ix} = v_{rx} \qquad \text{et} \qquad v_{iy} = -v_{ry}$$

1 D'après ce qui précède on a $\theta_i = -\theta_r$. En choisissant l'origine du repère tel que $A = (0, h_1)$ et $B = (d, h_2)$ nous définirons le point d'impact $I = (x_I, 0)$. On a :

$$\tan(\theta_i) = \frac{x_I}{h_1} \quad \text{et} \quad \tan(\theta_r) = \frac{x_I - d}{h_2} \qquad \Rightarrow \qquad x_I = \frac{h_1}{h_1 + h_2} d$$

Exercice n° 4

Ralentissement d'atomes par des photons ⋆⋆

Les forces exercées par la lumière sur la matière peuvent se comprendre de façon assez simple en termes de photons et d'atomes. Un photon est une particule possédant une énergie $E_{ph} = h\nu$ et une quantité de mouvement $p_{ph} = h\nu/c = h/\lambda$, avec $h = 6,63 \times 10^{-34}$ la constante de Planck, ν la fréquence de l'onde électromagnétique, λ la longueur d'onde et c la vitesse de la lumière dans le vide. Quand un atome absorbe (ou émet un photon), ce dernier disparaît (ou apparaît), mais l'énergie et la quantité de mouvement totale sont conservées.

1. On considère un jet d'atomes, se déplaçant de gauche à droite à la vitesse initiale v_0 : de combien la quantité de mouvement de chaque atome varie-t-elle lorsqu'il absorbe un photon se propageant en sens opposé ? (faire un schéma représentant la situation avant/après)

La conservation de la quantité de mouvement nous dit : $mv'_0 = mv_0 - h\nu/c$

2. Du fait de l'intensité du faisceau lumineux et de l'efficacité du processus d'absorption, chaque atome absorbe R photons par seconde. En déduire la quantité de mouvement Δp encaissée par chaque atome pendant un temps Δt et donc, la force de freinage qui s'exerce sur un atome.

Pendant Δt, $R\Delta t$ photons sont absorbés ce qui conduit à une variation de quantité de mouvement pour l'atome de :

$$\Delta p = -R\Delta t\, h\nu/c$$

La force de freinage (négative car s'opposant au mouvement) associée est donc :

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = -\frac{Rh\nu}{c}$$

3. Montrer que la force exercée s'exprime de façon très simple en fonction de la puissance P_{abs} (en W) transportée par les photons absorbés. A quelle relation déjà connue, cette relation puissance–force est-elle analogue ?

L'énergie transportée par un photon est $h\nu$. Donc $Rh\nu$ représente l'énergie absorbée par unité de temps (autrement dit la puissance). On a donc :

$$P_{abs} = Rh\nu = |F|c$$

On retrouve l'expression de la puissance développée par une force $\vec{F}$ sur un objet de vitesse $\vec{v}$: $P = \vec{F}.\vec{v}$

4. Les atomes de sodium de masse atomique $m = 23$ g et de vitesse initiale $v_0 = 300$ m/s absorbent un photon de longueur d'onde 0.6 μm toute les 3 μs. Que vaut R ? En déduire le temps nécessaire pour immobiliser les atomes.

On a $1/R = 3\ \mu$s soit $R = 0,33$ MHz.
A chaque choc les atomes perdent une quantité de mouvement $h\nu/c$. Donc pendant une seconde la perte de vitesse est de $\frac{Rh\nu}{mc}$. On en déduit que pour perdre tout leur vitesse les atomes doivent attendre Δt avec :

$$v_0 = \frac{Rh\nu}{mc}\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{mcv_0}{Rh\nu} = \frac{mv_0\lambda}{Rh} = \frac{0,023.300.0,6.10^{-6}}{6,02.10^{23}.0,33.10^{6}.6,6.10^{-34}} = 32 \text{ ms}$$

5. En fait, chaque absorption est suivie de l'émission spontanée d'un photon qui part en moyenne dans toutes les directions de l'espace. Pourquoi ce processus peut-il être négligé dans le bilan global des échanges de quantités de mouvement ?

Si l'on suppose la re-émission des photons isotrope cela signifie que la quantité de mouvement moyenne de re-émission est nulle. Cela justifie donc que l'on néglige ce processus dans le bilan de quantité de mouvement.

Remarque : dans cet exercice, la description théorique du problème est énormément simplifiée en négligeant, entre autres, l'effet Doppler. D'après-vous sous quelle forme se retrouve l'énergie perdue par les atomes ?

Energétiquement le bilan est tout autre. En effet en supposant la conservation de l'énergie on peut calculer la puissance re-émise.

$$P_r = P_{abs} - \frac{mv_0^2}{2\Delta t} = Rh\nu\left(1 - \frac{v_0}{2c}\right)$$

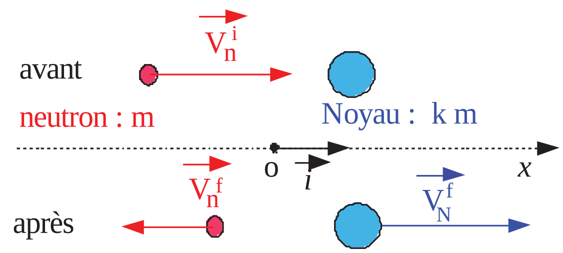
Cela peut s'interpréter comme si les photons re-émis avaient une fréquence moyenne réduite (effet Doppler)

Exercice n° 5

Ralentissement des neutrons ⋆⋆

Un neutron de masse m, de vitesse V, heurte un noyau de masse km au repos. Exprimer l'énergie E' du neutron après le choc en fonction de son énergie initiale E et de k. On suppose que les vitesses des particules, avant et après le choc, sont toutes colinéaires et que l'énergie cinétique est conservée au cours du choc (choc élastique).

Note : le noyau étant en moyenne beaucoup plus lourd que le neutron, celui-ci rebondit en le heurtant - comme un ballon léger sur un mur.



La quantité de mouvement du système neutron-noyau est conservée. Puisque le choc est élastique, son énergie cinétique est également conservée, soit :

- conservation de la quantité de mouvement :
  $\vec{p}(avant) = m\vec{V}_n^i = \vec{p}(après) = m\vec{V}_n^f + km\vec{V}_N^f$;
- conservation de l'énergie cinétique : $\frac{1}{2}m\left(V_n^i\right)^2 = \frac{1}{2}m\left(V_n^f\right)^2 + \frac{1}{2}km\left(V_N^f\right)^2$.

Soit encore en simplifiant par m et en projetant sur l'axe (o,x) :

$$(1) \quad V_n^i = -V_n^f + kV_N^f$$
$$(2) \quad \left(V_n^i\right)^2 = \left(V_n^f\right)^2 + k\left(V_N^f\right)^2$$

Que l'on peut réécrire sous la forme :

$$(1) \quad V_n^i + V_n^f = kV_N^f$$
$$(2) \quad \left(V_n^i\right)^2 - \left(V_n^f\right)^2 = \left(V_n^i + V_n^f\right)\left(V_n^i - V_n^f\right) = k\left(V_N^f\right)^2$$

En divisant membre à membre ces deux équations, on obtient :

L'énergie cinétique finale du neutron est donnée par :

$$E' = \frac{1}{2}m\left(V_n^f\right)^2 = \frac{1}{2}m\frac{(k-1)^2}{(k+1)^2}\left(V_n^i\right)^2 = \frac{(k-1)^2}{(k+1)^2}E \quad .$$

L'énergie cinétique initiale du neutron étant 1 MeV, combien de chocs identiques au précédent cette particule doit-elle subir pour que son énergie cinétique finale soit au plus de 25 meV (thermalisation) lorsqu'elle percute :

1. des noyaux d'hydrogène ($k = 1$) ?
2. des noyaux de deutérium ($k = 2$) ?
3. des noyaux de carbone ($k = 12$) ?

Pour un choc, l'énergie du neutron est divisée par $K = \frac{(k+1)^2}{(k-1)^2}$, pour N chocs l'énergie du neutron sera divisée par K^N .

La condition est satisfaite lorsque $K^N > 1\ MeV/0,025\ eV = 40\,10^6$. N est donc le plus petit entier vérifiant : $N > \ln(40\,10^6)/\ln(K)$

1. Pour l'hydrogène : $k = 1$, $N = 1$, car l'énergie finale du neutron tombe a zéro au bout du premier choc. C'est un cas particulier qui est similaire au carreau de la pétanque.
2. Pour le deutérium : $k = 2$, $K = 9$, $N = 8$.
3. Pour le carbone : $k = 12$, $K = 1,4$, $N = 53$.

Conclusion : quel est l'élément le plus efficace pour ralentir des neutrons ?

C'est donc l'hydrogène qui est l'élément le plus efficace dans le ralentissement des neutrons.

Dans le cas réel, toutes les vitesses avant et après le choc ne sont pas nécessairement colinéaires. Les conclusions sur les mérites relatifs des éléments pour le ralentissement des neutrons restent cependant inchangées.

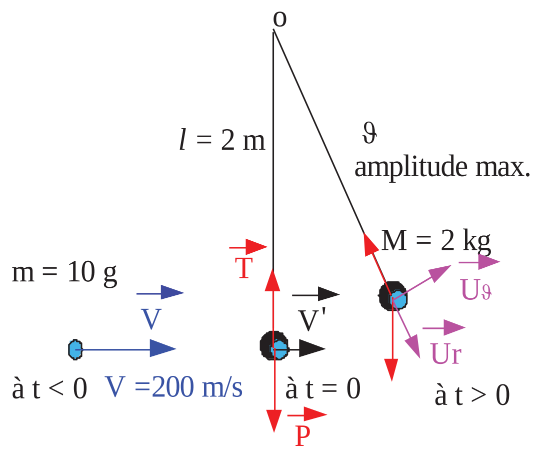
N.B. : l'énergie de 0,025 eV correspond aux neutrons en équilibre thermique à 20 °C dans le milieu dans lequel ils se propagent.

Exercices supplémentaires :

Exercice n° 6

Pendule et projectile ⋆⋆

Un pendule simple est composé d'une masse M suspendue à un fil inextensible et sans masse de longueur l. A l'instant initial, il est au repos, le fil étant vertical. Un projectile de masse m arrive horizontalement avec une vitesse v et vient s'enfoncer dans la masse M dans laquelle il reste incrusté après le choc.



1. Calculer la vitesse v' de l'ensemble $\{M+m\}$ immédiatement après le choc, ainsi que l'énergie dissipée dans le choc.

   Jusqu'à $t = 0$, la somme des forces extérieures qui agissent sur le système composé de la masse suspendue au pendule et du projectile est nulle. Il en résulte que la quantité de mouvement totale ($\vec{p}_{tot}$) de ce système est conservée, ce qui se traduit par :

   $$\vec{p}_{tot}(t<0) = m\vec{V} = \vec{p}_{tot}(t=0) = (m+M)\vec{V}'$$

   ou encore : $V' = \dfrac{m}{m+M}V = \dfrac{0{,}01}{2{,}01}\cdot 200\ \text{m/s} = 0{,}995\ \text{m/s} \approx 1\ \text{m/s}$.

   Le choc est inélastique. Il conduit a une variation d'énergie cinétique qui est donnée par :

   $$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m+M)V'^2 - \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2}{(m+M)^2}V^2 - \frac{1}{2}mV^2 = -\frac{1}{2}\frac{mM}{(m+M)}V^2 = -199\ \text{J}$$

2. Calculer l'amplitude θ des oscillations du pendule.

$(M+m)$ part avec une vitesse $V' = \dfrac{m}{m+M}V$ donc une énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}(m+M)V'^2 = \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2}{(m+M)^2}V^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2}{(m+M)}V^2$$

Au point le plus haut (vitesse nulle), cette énergie est entièrement convertie en énergie potentielle de pesenteur :

$$Ep = (m+M)gh = (m+M)gl(1-\cos\theta)$$

d'où $(1-\cos\theta) = \dfrac{1}{2gl}\left(\dfrac{mV}{m+M}\right)^2 \approx \dfrac{1}{40}$, d'où $\theta = 12{,}8^o$.

A.N. $g = 10$ m/s^2, $l = 2$ m, $m = 10$ g, $M = 2$ kg, $v = 200$ m/s.

Exercice n° 7

Angle maximum de déflexion ⋆⋆⋆ ☺

Cet exercice est corrigé dans le polycopié de TD.

Une particule de masse m_1 et de vitesse V_1 heurte une particule de masse m_2 et de vitesse nulle. La collision est supposée élastique.

En supposant $m_1 > m_2$, calculer l'angle maximum de déflexion θ_1^{max} de la particule 1.

Deux possibilités pour traiter ce problème :

1. Dans le référentiel du centre de masse :
2. Dans le référentiel du laboratoire :
   En exploitant la conservation de la quantité de mouvement, on exprimera V_1' et V_2' en fonction de V_1, θ_1 et θ_2. En reportant ces valeurs dans l'équation de l'énergie, on en déduira θ_1 en fonction de θ_2, m_1 et m_2.

Exercice n° 8

Patineur et ballon ⋆

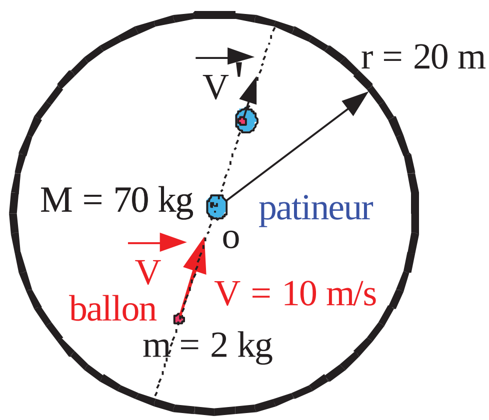
Un patineur de masse $M = 70$ kg est immobile au centre d'une patinoire circulaire de rayon $r = 20$ m. On lui lance un ballon de masse $m = 2$ kg. Le ballon a une vitesse horizontale $v = 10$ m/s lorsque le patineur l'attrape. L'ensemble patineur-ballon se met en mouvement, supposé sans frottement.

Quel temps mettra-t-il pour atteindre le bord de la patinoire ?

Le patineur se saisissant du ballon, il s'agit d'un choc inélastique dans lequel seule la quantité de mouvement du système formé par le ballon et le patineur est conservée au cours du choc (au moment du choc, le système patineur-ballon n'est soumis à aucune force externe). Ceci se traduit par la relation suivante :

$$m\vec{V} = (m+M)\vec{V'}$$

dans laquelle $\vec{V'}$ est le vecteur vitesse de l'ensemble patineur-ballon après le choc.



On choisit de projeter cette relation sur un axe parallèle à $\vec{V}$, orienté dans le même sens que $\vec{V}$ et dont l'origine O se confond avec le centre de la patinoire. On obtient alors :

$$mV = (m+M)V' \quad \text{soit} \quad V' = \frac{m}{m+M}V$$

Après le choc, l'ensemble patineur-ballon se dirige (en mouvement rectiligne uniforme car pas de frottements) vers le bord de la patinoire qu'il atteint au bout du temps :

$$t = \frac{r}{V'} = \frac{m+M}{mV}r = \frac{2+70}{2.10}20 = 72\text{ s} \quad \text{(après le choc)}$$

Exercice n° 9

Désintégration du radon **

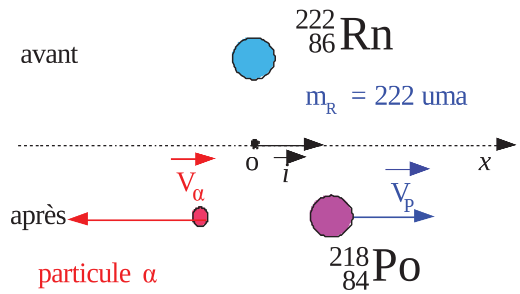
Un atome de radon au repos (masse 222 u.m.a.) émet en se désintégrant une particule α (noyau d'hélium, masse 4 u.m.a.) et se transforme en atome de polonium (masse 218 u.m.a.) :

$$^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{218}_{84}Po$$

Quelle est la vitesse et l'énergie cinétique de l'atome de polonium, sachant que l'énergie cinétique de la particule α est $E_c = 5,5\times10^6$ eV ?

Rappel : u.m.a. = unité de masse atomique ; un atome de carbone a pour masse 12 u.m.a. ; 1 mole de carbone a pour masse 12 g ; le nombre d'Avogadro $N \approx 6\times10^{23}$ molécules par mole.

On examine ce problème dans un référentiel lié à l'air dans lequel se désintègre l'atome de radon. On choisit un repère fixe par rapport à l'air et aux atomes de radon. Au cours de la désintégration d'un atome de radon, qui se produit alors que celui-ci est en suspension, aucune force externe n'agit sur cet atome. La quantité de mouvement de ce système doit donc se conserver. Ce problème ressemble conceptuellement au couple de patineurs qui se séparent (exercice 7.2). On obtient :



$$\vec{p}(\text{avant}) = 0 = \vec{p}(\text{après}) = m_\alpha \vec{V}_\alpha + m_{Po}\vec{V}_P \,.$$

Ce qui donne après projection sur un axe (o,x) colinéaire aux vecteurs vitesse :

$$V_{Po} = \frac{m_\alpha}{m_{Po}} V_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_{Po}}\sqrt{2E_\alpha / m_\alpha} \quad \text{, car : } E_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha V_\alpha^2 \,,$$

soit encore pour l'énergie cinétique de l'atome de polonium :

$$E_{Po} = \frac{1}{2} m_{Po}\left(V_{Po}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{m_{Po}}{m_{Po}^2} m_\alpha^2 \left(V_\alpha\right)^2 = \frac{m_\alpha}{m_{Po}} E_\alpha \,. \qquad E_{Po} = \frac{4}{218}\cdot 5{,}5\,\mathrm{MeV} = 100{,}9\,\mathrm{keV}$$

On rappelle que $1\mathrm{eV} = 1{,}610^{-19}\mathrm{J}$, c'est l'énergie acquise par un électron accéléré dans une différence de potentiels de 1V.

$$V_{Po} = \frac{4}{218}\sqrt{2\times 5{,}510^6 \times 1{,}610^{-19} / 4 \text{ uma}} \text{ avec } 1 \text{ uma} = 0{,}012/12/6{,}02210^{23} = 1{,}6610^{-27}\mathrm{kg}$$

soit : $V_{Po} = 298$ km/s .

Exercice n° 10

Estimation de la masse du neutron ⋆⋆

Une particule P_1 de masse m_1 et de vitesse V_1 heurte une particule au repos P_2 de masse m_2. La collision est élastique. P_2 est projetée dans une direction qui fait un angle θ avec la trajectoire initiale de P_1. Pour quelle valeur de θ la vitesse V_2' de P_2 est-elle maximum ?

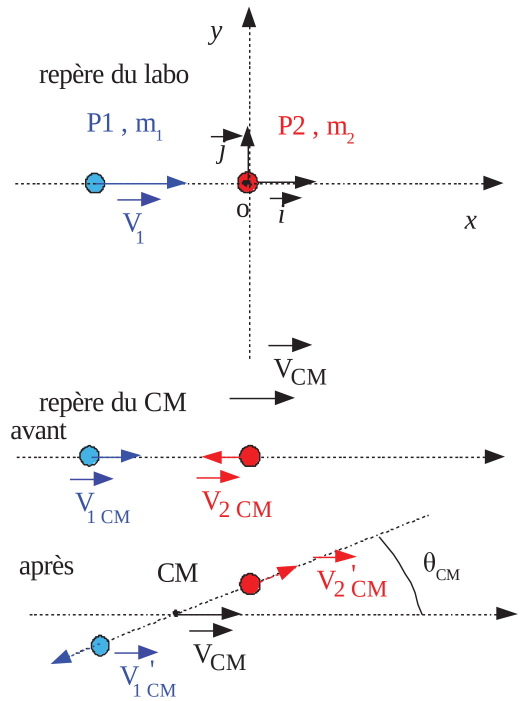
Ce problème, comme de nombreux autres, est plus commode à résoudre en passant dans le repère lié au Centre de Masse (CM) des particules P_1 et P_2. La vitesse du CM est donnée par :

$$(m_1 + m_2)\vec{V}_{CM} = m_1\vec{V}_1 \quad \text{soit} \quad \vec{V}_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{V}_1$$

dans ce repère les vitesses de P1 et P2 sont :

$$\vec{V}_{1CM} = \vec{V}_1 - \vec{V}_{CM} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{V}_1$$

$$\vec{V}_{2CM} = \vec{0} - \vec{V}_{CM} = -\frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{V}_1$$



Puisque la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur le système compose des particules P1 et P2 est nulle au moment de la collision et que celle-ci est élastique, la quantité de mouvement totale ($\vec{p}_{totCM}$) ainsi que l'énergie cinétique totale (E_{totCM}) du système sont conservées.

Dans ces conditions, on peut aisément montrer (voir cours) que les particules sortent de la collision avec des vecteurs vitesses (dans le CM) possédant des modules identiques aux vecteurs vitesse incidents (dans le CM), c'est-à-dire : $V'_{1CM} = V'_{1CM}$ et $V'_{2CM} = V'_{2CM}$. Seule la direction de propagation (dans le CM) change au cours de la collision (voir graphique).

Après la collision, la vitesse de P2 dans le repère du laboratoire est obtenue par la formule suivante : $\vec{V}'_2 = \vec{V}'_{2CM} + \vec{V}_{CM}$, on peut se convaincre sur le graphique que son module, V'_2 est maximal lorsque l'angle de déflexion de P2 dans le CM est nul ou encore en utilisant la formule :

$$\left(\vec{V}'_2\right)^2 = \left(\vec{V}'_{2CM} + \vec{V}_{CM}\right)^2 = \left(V'_{2CM}\right)^2 + \left(V_{CM}\right)^2 + V'_{2CM}V_{CM}\cos\theta_{CM}$$

La vitesse finale maximale de P2 est donc :

$$V'^{max}_2 = V'_{2CM} + V_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}V_1 + \frac{m_1}{m_1 + m_2}V_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}V_1 \quad \text{obtenue pour} \quad \theta = 0 = \theta_{CM}$$

(Attention : à angle de déflexion nul, les angles de déflexion mesurés dans le laboratoire et dans le CM se confondent, ça n'est plus vrai lorsque que l'on s'écarte de la direction incidente !)

Application : Des neutrons de masse m_n sont émis avec une vitesse V_n par une cible de béryllium frappée par des particules α. On bombarde avec ces neutrons des cibles contenant des atomes d'hydrogène ou d'azote au repos, et l'on mesure les vitesses maximales V'_{proton} et V'_{noyau} des protons et des noyaux d'azote éjectés. On connaît $m_{noyau}/m_{proton} = 14$ et on mesure $V'_{proton}/V'_{noyau} = 7,5$. En supposant les collisions élastiques, montrer que l'on peut en déduire une valeur approchée de la masse m_n du neutron.

Application : les vitesses maximales des protons (noyaux d'hydrogène) et des noyaux d'azote sont données par (voir formule ci-dessus) :

$V'_P = \dfrac{2m_N}{(m_N + m_P)} V_N$ *et* $V'_n = \dfrac{2m_N}{(m_N + m_n)} V_N$ ou V_N est la vitesse incidente des neutrons frappant la cible contenant des atomes d'hydrogène et d'azote et m_N est la masse inconnue du neutron.

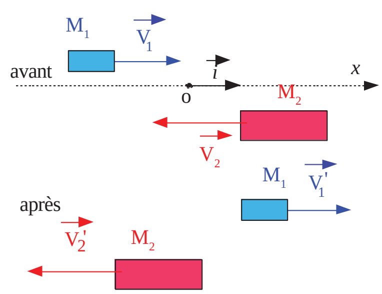
On obtient : $\dfrac{V'_P}{V'_n} = \dfrac{m_N + m_n}{m_N + m_P} = \dfrac{m_N / m_P + m_n / m_P}{m_N / m_P + 1}$

soit : $m_N / m_P = \dfrac{\dfrac{m_n}{m_P} - \dfrac{V'_P}{V'_n}}{\dfrac{V'_P}{V'_n} - 1} = 1$, pour $\dfrac{m_n}{m_p} = 14$ et $V'_P / V'_n = 7,5$.

Exercice n° 11

Échange entre deux wagons ⋆⋆

Deux wagons sont lancés sur deux voies parallèles. Leurs vitesses initiales sont respectivement V_1 et V_2, leurs masses totales M_1 et M_2. Au moment où ils sont face à face, un sac de masse m est lancé du premier wagon vers le second, et vice versa. Les frottements sont suffisants pour qu'après un temps très court, les sacs se trouvent immobiles dans leurs wagons destinataires respectifs.



1. Calculer les vitesses des wagons après réceptions des sacs.

Si on étudie le système formé des deux wagons, les forces qui conduisent à l'échange des sacs sont internes ; elles n'engendrent donc pas de variation de la quantité de mouvement totale. De plus après le croisement, et après que les sacs échangés se soient immobilisés dans leurs wagons destinataires, les wagons s'éloignent en transportant les mêmes masses (car l'un et l'autre perdent *m* et gagnent *m*). On peut donc écrire :

$$M_1\vec{V}_1 + M_2\vec{V}_2 = M_1\vec{V'}_1 + M_2\vec{V'}_2$$

On peut remarquer que l'échange permet de recomposer les wagons (au cours du mouvement!), ce qui s'écrit sous la forme :

$$M_1\vec{V}_1 + M_2\vec{V}_2 = \left((M_1 - m)\vec{V}_1 + m\vec{V}_2\right) \quad + \quad \left((M - m)\vec{V}_2 + m\vec{V}_1\right) = M_1\vec{V'}_1 + M_2\vec{V'}_2 ,$$

qui conduit à écrire :

$$\vec{V'}_1 = \frac{(M_1 - m)\vec{V}_1 + m\vec{V}_2}{M_1} \quad \text{et} \quad \vec{V'}_2 = \frac{(M_2 - m)\vec{V}_2 + m\vec{V}_1}{M_2} ,$$

ce qui après projection donne : $V'_1 = \dfrac{(M_1 - m)V_1 - mV_2}{M_1}$ et $V'_2 = \dfrac{(M_2 - m)V_2 - mV_1}{M_2}$.

[Remarque : le graphique est représenté pour des trains circulant dans des sens opposés. On peut évidemment en déduire ce qui se passe lorsque les sens de circulant sont identiques. Tous les vecteurs vitesse sont alors orientés dans le même sens et cela conduit aux formules :

$V'_1 = \dfrac{(M_1 - m)V_1 + mV_2}{M_2}$ et $V'_2 = \dfrac{(M_2 - m)V_2 + mV_1}{M_2}$ (inversion du signe de V_2 et V'_2).]

2. Calculer V_2 en fonction de V_1, M_2 et m pour que l'on ait $V_2' = 0$.

Pour obtenir $V_2' = 0$ on doit satisfaire l'équation $(M_2 - m)V_2 - mV_1 = 0$ soit :

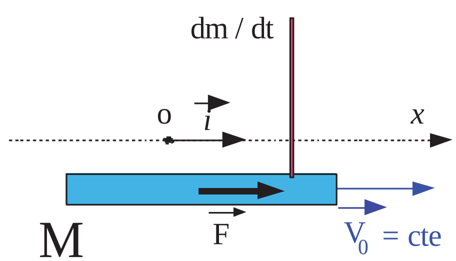
$$V_2 = \frac{m}{M_2 - m}V_1 \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{100}{1000 - 100} 9 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

A.N. $M_2 = 1000$ kg ; $m = 100$ kg ; $V_1 = 9$ m/s.

Exercice n° 12

Remplissage d'un wagon ★★

On se propose de remplir un wagon avec du charbon pendant que le train roule avec une vitesse V_0. Pour cela une trémie laisse tomber verticalement dans le wagon une masse de charbon $\frac{dm}{dt}$ par seconde.



1. Quelle doit être la force de traction appliquée au wagon pour maintenir sa vitesse constante ? On négligera les forces de frottement du wagon sur les rails et dans l'air.

À vitesse constante (V_0), la variation de masse (M) du train engendre une variation de sa quantité de mouvement qui doit être compensée par l'action d'une force motrice externe (réaction des rails à la poussée de la motrice). Cela se traduit en utilisant le PFD par :

$\vec{F}dt = d\vec{P} = d\left(M\vec{V}_0\right) = dM\vec{V}_0$,

soit après projection sur (o,x) $F = V_0 \dfrac{dM}{dt} = V_0 \dfrac{dm}{dt}$ car la variation de la masse M du train est due au taux de chargement en charbon du train ($M(t) = M_0 + \dfrac{dm}{dt} t$).

2. Calculer l'énergie cinétique acquise par le charbon chargé pendant un temps T. Calculer le travail des forces de traction pendant ce même temps, comparer ces deux énergies et conclure.

L'énergie cinétique acquise par le charbon chargé pendant l'intervalle de temps T est :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\frac{dm}{dt} T V_0^2 ,$$

pendant ce même temps, le train s'est déplacé de : $V_0 T$,

$$W = \int_0^{V_0 T} \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_0^{V_0 T} V_0 \frac{dm}{dt} dx = V_0^2 \frac{dm}{dt} T .$$

Le travail de la force motrice est supérieur à l'énergie cinétique acquise (d'un facteur 2). Le théorème de l'énergie cinétique ne s'applique pas, car celui-ci demande que la masse du système étudié soit constante.

A.N. : $F = 4000\times 5 \text{ N} = 20 \text{ kN}$, $\Delta E_c = 250 \text{ kJ}$, $W = 500 \text{ kJ}$.

A.N. $\frac{dm}{dt} = 4000$ kg/s, $V_0 = 5$ m/s, $T = 5$ s.