Eléments de mathématiques pour 12a-12b

Logarithmes

$\ln(\frac{a}{b}) = \ln(a) - \ln(b)$

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

$ln(\frac{1}{b}) = -\ln(b)$

$\ln(a_1 a_2 ... a_p) = ln(a_1) + ln(a_2) + ... + ln(a_p)$

$\forall a \in \mathbb{R}^{+*}, ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} ln(a)$

$\forall a \in \mathbb{R}^{+*}, \forall p \in \mathbb{Z}, ln(a^p) = p.ln(a)$

Exponentielles

$\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$

$\forall a \in \mathbb{R}, \forall p \in \mathbb{R}, (e^a)^p = e^{ap}$

$\forall a > 0, \forall b \in \mathbb{R}, a^b = e^{b.ln(a)}$

$\forall a > 0, \forall (b,b') \in \mathbb{R}^2, a^b.a^{b'} = a^{b+b'}$

Dérivées

$(ku)' = k.u'$

$(u+v)' = u' + v'$

$(u.v)' = u'.v + u.v'$

$(\frac{u}{v})' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$

$(u \circ v)' = (u' \circ v).v'$

$\forall n \in \mathbb{R}, (u^n(x))' = n.u'(x).u^{n-1}(x)$

Fonctions dérivées usuelles :

Fonction	Dérivée
$x \rightarrow k$	$x \rightarrow 0$
$x \rightarrow x$	$x \rightarrow 1$
$x \rightarrow \frac{1}{x}$	$x \rightarrow \frac{-1}{x^2}$
$x \rightarrow x^n$ (n entier non nul)	$x \rightarrow n.x^{n-1}$
$x \rightarrow \sqrt{x}$	$x \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \rightarrow \sin x$	$x \rightarrow \cos x$
$x \rightarrow \cos x$	$x \rightarrow -\sin x$
$x \rightarrow a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$	$x \rightarrow n a_n x^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + \cdots + a_1$

Primitives

Si F(x) est une primitive de f(x),

alors F'(x) = f(x)

Quand vous établissez l'expression d'une primitive, vous devez systématiquement dériver cette expression et vérifier que vous obtenez la fonction f(x) initiale.

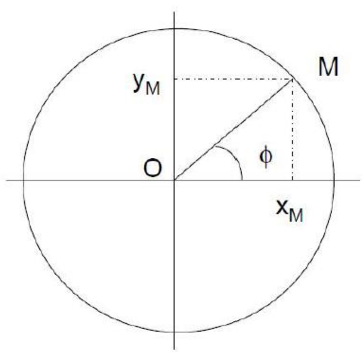
Intégrale

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$$

Primitives usuelles :

Fonction	Primitive	Commentaires
$x \to k$	$x \to 0$	$kx \in \mathbb{R}$
$x \to x^n \ (n \in \mathbb{Z} - \{-1\})$	$x \to \frac{x^{n+1}}{n+1}$	$x \in \mathbb{R} \forall n \geqslant 0;\ x \in \mathbb{R}^* \forall n \leqslant 0$
$x \to \frac{1}{x}$	$x \to \ln x$	$x \in \mathbb{R}^{+*}$
$x \to \frac{1}{\sqrt{x}}$	$x \to 2\sqrt{x}$	$x \in \mathbb{R}^{+*}$
$x \to e^{kx}$	$x \to \frac{e^{kx}}{k}$	$x \in \mathbb{R}$
$x \to \sin x$	$x \to -\cos x$	$x \in \mathbb{R}$
$x \to \cos x$	$x \to \sin x$	$x \in \mathbb{R}$
$x \to 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$x \to \tan x$	$x \in \left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[,\ k \in \mathbb{Z}$

Trigonométrie



$$\cos \Phi = \frac{a}{c}$$
$$\sin \Phi = \frac{b}{c}$$
$$\tan \Phi = \frac{b}{a} = \frac{\sin \Phi}{\cos \Phi}$$
$$\cos^2 \Phi + \sin^2 \Phi = 1$$

$$\cos(\Phi + \pi) = -\cos \Phi$$
$$\sin(\Phi + \pi) = -\sin \Phi$$
$$\cos(\pi - \Phi) = -\cos \Phi$$
$$\sin(\pi - \Phi) = \sin \Phi$$
$$\cos(\frac{\pi}{2} - \Phi) = \sin \Phi$$
$$\sin(\frac{\pi}{2} - \Phi) = \cos \Phi$$

x_M : projection de OM sur [Ox)
y_M : projection de OM sur [Oy)

M appartient au cercle (O; R) $\longleftrightarrow$ $x_M = R \cos\phi$
$y_M = R \sin\phi$

Vecteurs :

Soient deux vecteurs $\overrightarrow{V}$ et $\overrightarrow{V'}$, de coordonnées respectives (X, Y, Z) et (X', Y', Z')

La norme de ces vecteurs s'écrit $\|\overrightarrow{V}\| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ et $\|\overrightarrow{V'}\| = \sqrt{X'^2 + Y'^2 + Z'^2}$

Le produit scalaire de ces vecteurs s'écrit $\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{V'} = \|\overrightarrow{V}\| \|\overrightarrow{V'}\| \cos(\overrightarrow{V}, \overrightarrow{V'})$

On peut également l'écrire $\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{V'} = XX' + YY' + ZZ'$

Surfaces et volumes à connaître :

Circonférence d'un cercle de rayon r : $2\pi r$
Surface d'un disque de rayon r : πr^2
Surface d'une sphère de rayon r : $4\pi r^2$
Volume d'une sphère de rayon r : $\frac{4}{3}\pi r^3$
Volume d'un cylindre de rayon r et hauteur h : $\pi r^2 h$