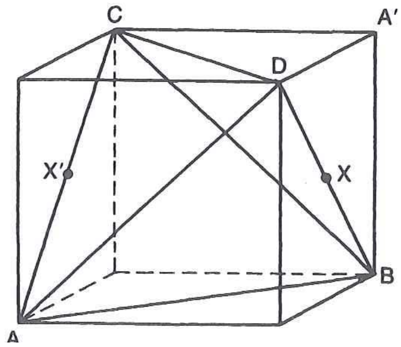
EXAMEN 2012/2013

1. **Groupes.**

   Le groupe tétraédral T est le groupe de rotations d'un tétraèdre régulier, qui peut être inscrit dans un cube, où le tétraèdre est ABCD.



   (a) Montrer que T=gp$\{b, c\}$ avec $b^2 = c^3 = (bc)^3 = e$, où b est une rotation d'ordre deux autour de l'axe XX' et c est une rotation d'ordre trois autour de la diagonale du cube AA'.
   NB : Il peut être utile de considérer b et c comme des permutations des quatre sommets.

   (b) Montrer que T est isomorphe au groupe A_4.

   (c) Montrer que C_6 est isomorphe à $C_3 \times C_2$.

2. **Représentations.**

   (a) Montrer que la table de caractères de D_4 est :

D_4	E	C_4^2	$2\,C_4$	$2C_2$	$2C_2'$
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
B_1	1	1	-1	1	-1
B_2	1	1	-1	-1	1
E	2	-2	0	0	0

   (b) Utiliser cette table pour trouver la série de Clebsch-Gordan de la représentation E$\otimes$E de D_4.

   (c) Expliquer comment la triple dégénérescence d'un orbital atomique $l = 1$ est levée, si la symétrie SO(3) est réduite à D_4 par un environnement cristalline.

Bon courage !