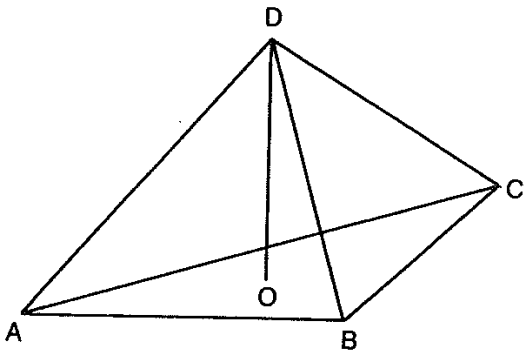
PHY4123 Théorie des Groupes et Symétries en Physique I. Schienbein (C et TD)

EXERCICES 05

---

1. Le groupe ponctuel C_{3v} est entre autres le groupe de symétrie de la molécule de l'ammoniac NH_3, qui forme une pyramide droite sur une base équilatérale triangulaire :



Il est généré par une rotation c d'ordre 3 autour de l'axe OD et une réflexion σ_v dans le plan OAD.

   (a) Montrer que $C_{3v} \simeq D_3$.

   (b) Construire la représentation [3] fournie par un vecteur quelconque $\mathbf{r}$.

   (c) En déduire qu'un tel cristal peut posseder un moment dipolaire électrique permanent $\mathbf{P}$.

   (d) Un moment dipolaire magnétique, comme un champ magnétique, est un vecteur *axial*, qui se transforme sous les réflexions avec un signe opposé par rapport à un vrai vecteur (polaire). Montrer qu'un tel cristal ne peut pas posseder un moment magnétique dipolaire.

2. Trouver la forme du tenseur de conductivité d'un cristal avec la symétrie D_3 en utilisant les restrictions imposées sur ses éléments σ_{ij} par la condition $\sigma = D(g)\sigma D(g)^{-1}$.

3. Un atome est localisé dans un cristal hexagonal de symétrie D_6 (voir Exercice 4.5 pour la table des caractères).

   (a) Calculer comment les états propres $l = 1$ et $l = 2$ d'un potentiel central sont séparés par le potentiel du cristal, en donnant les nouveaux degrés de dégénérescence.

   (b) La symétrie hexagonale est brisée par une distortion trigonale au sous-groupe D_3. Est-ce que cela produit encore une division des états ?

   (c) L'introduction d'un champ magnétique le long de l'axe original d'ordre 6 réduit la symétrie à C_3. Sans autre calcul, montrer comment cela affecte la dégénérescence précédente.

4. Discuter des possibilités de quelle manière une symétrie peut être brisée.