EXERCICES 01

1. Trouver la table multiplication (=table de Cayley) du groupe diédral D_3, défini comme gp$\{b, c\}$ avec $b^2 = c^3 = (bc)^2 = e$.
2. Ecrire les permutations

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 4 & 8 & 5 & 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 8 & 9 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

   en notation cyclique.
3. L'*ordre* d'un élément d'un groupe est défini comme le nombre entier n le plus petit tel que $g^n = e$. Quel est l'ordre des deux permutations ci-dessus ? Quel est l'ordre de la permutation $(a_1 a_2 ... a_{2r})(b_1 b_2 ... b_r)$?
4. Lesquels des groupes suivants sont isomorphes entre eux ? Donner la correspondance explicite quand elle existe.
   (a) les nombres complexes $(1, i, -1, -i)$ par rapport à la multiplication ;
   (b) les nombres entiers $(2, 4, 6, 8)$ par rapport à la multiplication modulo 10 ;
   (c) les permutations $(), (12), (34), (12)(34)$;
   (d) les permutations $(), (1234), (1432), (13)(24)$;
   (e) les quatre matrices

$$\begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$$

   par rapport à la multiplication.
5. Le *centre* Z d'un groupe G est défini comme l'ensemble d'éléments z qui commutent avec tous les éléments du groupe, c.à.d. $Z = \{z \in G \mid zg = gz \text{ pour tous } g \in G\}$. Montrer que Z est un sous-groupe abélien de G.