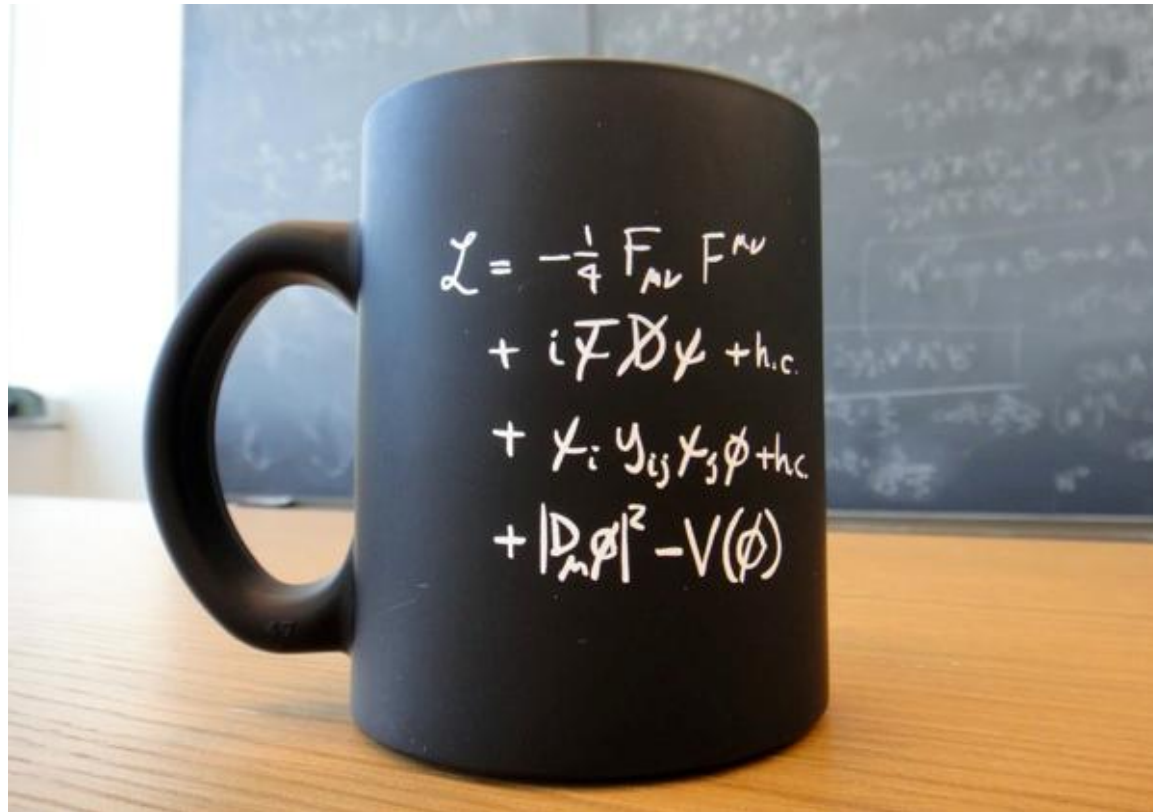


Physique des particules

MASTER 1 PFN

Université Joseph Fourier – Grenoble I

<http://lpsc.in2p3.fr/atlas/bclement/M1Particules/>



Le Modèle Standard de la physique des particules

Equations relativistes

Invariance des équations du mouvement sous les transformations du groupe de Lorentz Poincaré

Boosts, Translation d'espace et de temps, Rotations

Lien entre spin d'une particule et la structure mathématique nécessaire pour la représenter

Spin 0 : scalaire (nombre), équation de Klein-Gordon

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \xrightarrow{E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \vec{p} \rightarrow i\hbar \vec{\nabla}} \square \psi + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi = 0$$

Soit, en notation covariante et dans le système d'unités naturelles

$$(m^2 + \partial_\mu \partial^\mu) \varphi = 0$$

Spin 1 : 4-vecteur, équation de Maxwell

Spin 1/2 : champ spinoriel, équation de Dirac

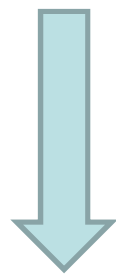
Quantification du champ

Les solutions en ondes planes de l'équation de Klein-Gordon sont de la forme $\exp(-ikx)$:

$$\partial_\mu \partial^\mu \varphi + m^2 \varphi = 0 \Rightarrow \left[(-ik_0)^2 - (i\vec{k})^2 + m^2 \right] e^{-ikx} = 0$$
$$\Rightarrow k_0 = \pm \sqrt{\vec{k}^2 + m^2} = \omega_k$$

Solution générale :

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left(a_k e^{-ikx} + a_k^* e^{ikx} \right),$$



Quantification du champ : on transforme les coefficients a_k and a_k^* en opérateurs

Les relations de commutation canoniques deviennent :

$$[a_i, a_j] = [a_i^+, a_j^+] = 0$$

$$[a_i, a_j^+] = \delta_{ij} \mathbb{1}$$

$$\hat{\varphi}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left(\underbrace{\hat{a}_k e^{-ikx}}_{(1)} + \underbrace{\hat{a}_k^+ e^{ikx}}_{(2)} \right)$$

Antiparticules

Des solutions d'énergie négative apparaissent car l'équation est quadratique → pas physique :

$$E = \omega_k : \varphi(x) \propto e^{-i(\omega_k t - \vec{k} \cdot \vec{x})}$$

$$E = -\omega_k : \varphi(x) \propto e^{-i(-\omega_k t - \vec{k} \cdot \vec{x})}$$

L'énergie est positive, le signe moins est absorbé dans le temps

Particule qui recule dans le temps, d'impulsion $-k$

== (théorème CPT)

Antiparticule qui avance dans le temps, d'impulsion k

$$\hat{\varphi}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left(\underbrace{\hat{a}_k e^{-ikx}}_{(1)} + \underbrace{\hat{a}_k^+ e^{ikx}}_{(2)} \right)$$

Le champ réel φ contient : (champ réel , particule = antiparticule)

a_k annihilation d'une particule d'impulsion k

a_k^+ création d'une antiparticule d'impulsion k

Champs spinoriels

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \sum_{s=1,2}^{\text{hélicité}} \underbrace{u_{k,s}}_{\text{spineur}} \underbrace{b_{k,s}}_{\text{op.}} e^{-ikx} + \underbrace{v_{k,s}}_{\text{spineur}} \underbrace{d_{k,s}^+}_{\text{op.}} e^{ikx}$$

$$\bar{\psi}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \sum_{s=1,2}^{\text{hélicité}} \underbrace{\bar{u}_{k,s}}_{\text{spineur}} \underbrace{b_{k,s}^+}_{\text{op.}} e^{ikx} + \underbrace{\bar{v}_{k,s}}_{\text{spineur}} \underbrace{d_{k,s}}_{\text{op.}} e^{-ikx}$$

Le champ (complexe) Ψ contient :

- $b_{k,s}$ annihilation d'une particule (e^-) d'impulsion k et d'hélicité s
- $d_{k,s}^+$ création d'une antiparticule (e^+) d'impulsion k et d'hélicité s

Le champ (complexe) $\bar{\Psi}$ contient :

- $b_{k,s}^+$ création d'une particule (e^-) d'impulsion k et d'hélicité s
- $d_{k,s}$ annihilation d'une antiparticule (e^+) d'impulsion k et d'hélicité s

Hélicité = projection du spin sur l'axe de l'impulsion

Lagrangiens

Lagrangien libre:

crée et annihile le champ : $a^+a \rightarrow \varphi^+\varphi, \bar{\psi}\psi, \partial_\mu\varphi^+\partial_\mu\varphi,$

Lagrangien d'interaction : électron qui émet un a photon

Annihilation de l'électron

Création d'un électron et un photon

$$\left. \begin{array}{l} \text{Annihilation de l'électron} \\ \text{Création d'un électron et un photon} \end{array} \right\} b^+ba \rightarrow \bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

En général, le lagrangien d'interaction s'écrit:

$$\mathcal{L} = g\Pi$$

Produit des champs: opérateurs création/annihilation

Constante de couplage : intensité de l'interaction

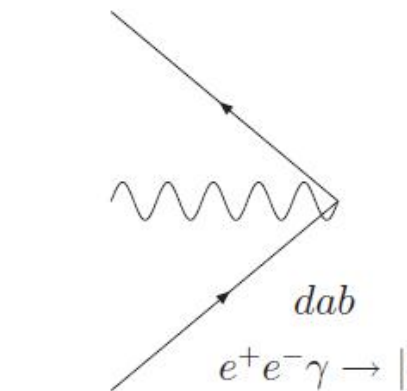
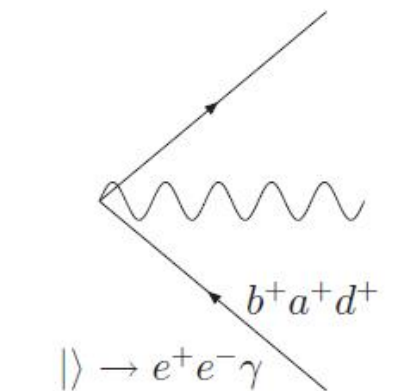
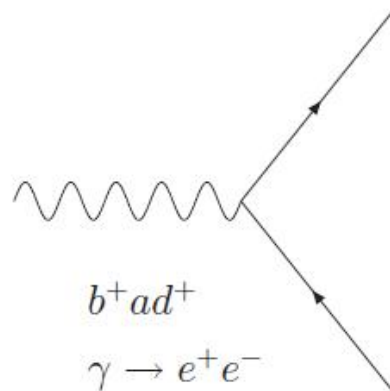
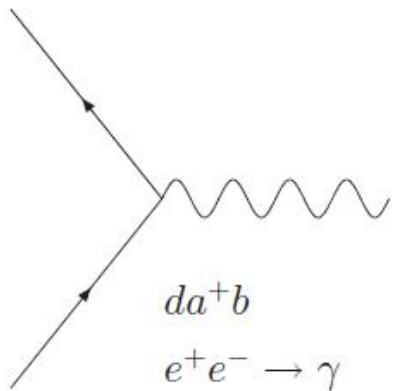
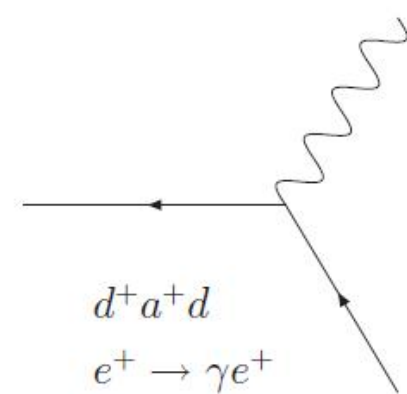
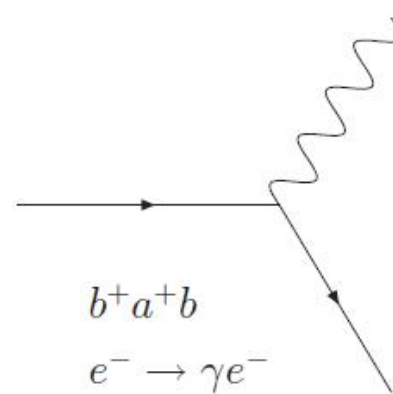
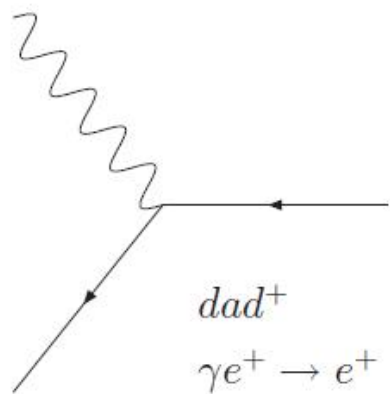
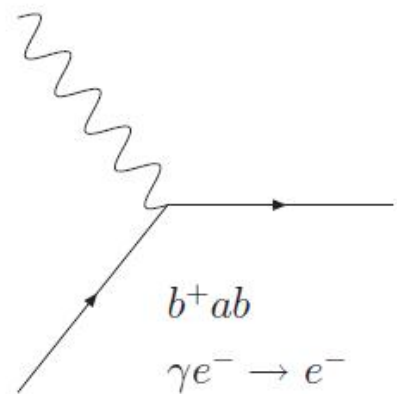
Vertex élémentaires

$$\Psi \sim b + d^+$$

$$\bar{\Psi} \sim b^+ + d$$

$$\mathbf{A} \sim \mathbf{a} + \mathbf{a}^+$$

$$\mathcal{L} = g \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu$$



Le lagrangien du modèle standard

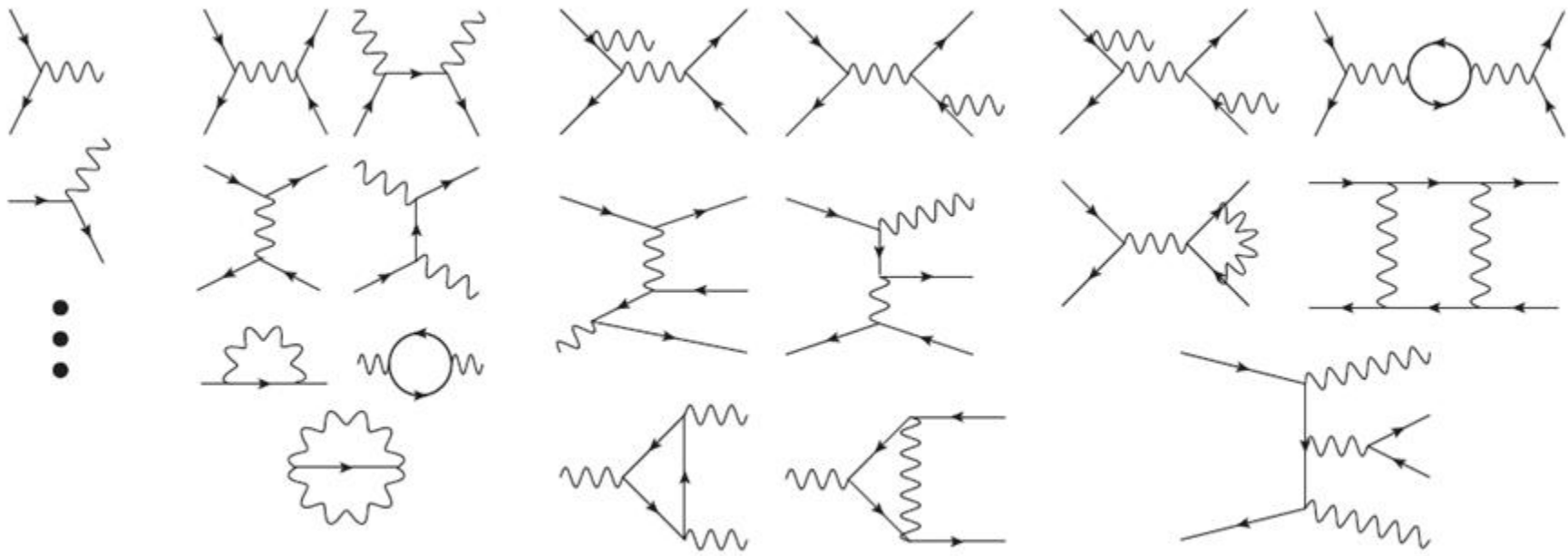
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SM} = & \sum_{\ell=e,\mu,\tau} i\bar{\psi}_\ell \gamma^\mu \partial_\mu \psi_\ell + \sum_{\ell'=\nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau} i\bar{\psi}_{\ell'} \gamma^\mu \partial_\mu \psi_{\ell'} + \sum_i^3 \sum_{a=u,c,t} i\bar{\psi}_{q_i} \gamma^\mu \partial_\mu \psi_{q_i} + \sum_i^3 \sum_{a'=d,s,b} i\bar{\psi}_{q'_i} \gamma^\mu \partial_\mu \psi_{q'_i} - \frac{1}{2}(\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+)(\partial^\mu W^{-\nu} - \partial^\nu W^{-\mu}) - \frac{1}{4}(\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu)(\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) \\
& - \frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a)(\partial^\mu G^{a\nu} - \partial^\nu G^{a\mu}) + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \frac{\lambda_\ell v}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\ell \psi_\ell - \sum_i^3 \sum_{q=u,c,t} \frac{\lambda_q v}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{q_i} \psi_{q_i} - \sum_i^3 \sum_{q'=d,s,b} \frac{\lambda_{q'} v}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{q'_i} \psi_{q'_i} \\
& - \left(\frac{gv}{2}\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} - \frac{1}{2} \left(\frac{gv}{2 \cos \theta_W}\right)^2 Z_\mu Z^\mu - \frac{1}{2} (-2m^2)^2 h^2 + \frac{g}{4 \cos \theta_W} \left(\sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu (4 \sin^2 \theta_W - 1 + \gamma^5) \psi_\ell Z_\mu + \sum_{\ell'=\nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau} \bar{\psi}_{\ell'} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_{\ell'} Z_\mu \right) \\
& + \frac{g}{4 \cos \theta_W} \left(\sum_i^3 \sum_{q=u,c,t} \bar{\psi}_{q_i} \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma^5) \psi_{q_i} Z_\mu + \sum_i^3 \sum_{q'=d,s,b} \bar{\psi}_{q'_i} \gamma^\mu (\frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - 1 + \gamma^5) \psi_{q'_i} Z_\mu \right) + \frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{\nu_\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_\ell W_\mu^+ + \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_\ell} W_\mu^- \right) \\
& + \frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\sum_i^3 \sum_{\substack{q=u,c,t \\ q'=d,s,b}} V_{qq'} \bar{\psi}_q \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_{q'} W_\mu^+ + \sum_i^3 \sum_{\substack{q=u,c,t \\ q'=d,s,b}} V_{qq'}^* \bar{\psi}_{q'} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_q W_\mu^- \right) + g_{em} \left(- \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu \psi_\ell A_\mu + \frac{2}{3} \sum_{q=u,c,t} \bar{\psi}_{q_i} \gamma^\mu \psi_{q_i} A_\mu - \frac{1}{3} \sum_{q'=d,s,b} \bar{\psi}_{q'_i} \gamma^\mu \psi_{q'_i} A_\mu \right) \\
& + g_s \left(\sum_{i,j}^3 \sum_a^8 \sum_{q=u,c,t} \bar{\psi}_{q_j} \gamma^\mu \psi_{q_i} G_\mu^a T_{ij}^a + \sum_{i,j}^3 \sum_a^8 \sum_{q'=d,s,b} \bar{\psi}_{q'_j} \gamma^\mu \psi_{q'_i} G_\mu^a T_{ij}^a \right) - \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \frac{\lambda_\ell}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\ell \psi_\ell h - \sum_i^3 \sum_{q=u,c,t} \frac{\lambda_q}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{q_i} \psi_{q_i} h - \sum_i^3 \sum_{q'=d,s,b} \frac{\lambda_{q'}}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{q'_i} \psi_{q'_i} h \\
& + \frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\sum_i^3 \sum_{\substack{q=u,c,t \\ q'=d,s,b}} V_{qq'} \bar{\psi}_q \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_{q'} W_\mu^+ + \sum_i^3 \sum_{\substack{q=u,c,t \\ q'=d,s,b}} V_{qq'}^* \bar{\psi}_{q'} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_q W_\mu^- \right) + g_{em} \left(- \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu \psi_\ell A_\mu + \frac{2}{3} \sum_{q=u,c,t} \bar{\psi}_{q_i} \gamma^\mu \psi_{q_i} A_\mu - \frac{1}{3} \sum_{q'=d,s,b} \bar{\psi}_{q'_i} \gamma^\mu \psi_{q'_i} A_\mu \right) \\
& + g_s \left(\sum_{i,j}^3 \sum_a^8 \sum_{q=u,c,t} \bar{\psi}_{q_j} \gamma^\mu \psi_{q_i} G_\mu^a T_{ij}^a + \sum_{i,j}^3 \sum_a^8 \sum_{q'=d,s,b} \bar{\psi}_{q'_j} \gamma^\mu \psi_{q'_i} G_\mu^a T_{ij}^a \right) - \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \frac{\lambda_\ell}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\ell \psi_\ell h - \sum_i^3 \sum_{q=u,c,t} \frac{\lambda_q}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{q_i} \psi_{q_i} h - \sum_i^3 \sum_{q'=d,s,b} \frac{\lambda_{q'}}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{q'_i} \psi_{q'_i} h \\
& + ig_{em} [\partial_\mu A_\nu W^{-\mu} W^{+\nu} + \partial_\mu W_\nu^+ W^{-\nu} A^\mu + \partial_\mu W_\nu^- W^{+\nu} A^\mu - \partial_\mu A_\nu W^{-\nu} W^{+\mu} - \partial_\mu W_\nu^+ W^{-\mu} A^\nu - \partial_\mu W_\nu^- W^{+\mu} A^\nu] \\
& + ig \cos \theta_W [\partial_\mu Z_\nu W^{-\mu} W^{+\nu} + \partial_\mu W_\nu^+ W^{-\nu} Z^\mu + \partial_\mu W_\nu^- W^{+\nu} Z^\mu - \partial_\mu Z_\nu W^{-\nu} W^{+\mu} - \partial_\mu W_\nu^+ W^{-\mu} Z^\nu - \partial_\mu W_\nu^- W^{+\mu} Z^\nu] + \frac{g^2 v}{2} W_\mu^+ W^{-\mu} h + \frac{g^2 v}{4 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu h - \lambda v h^3 \\
& + g_{em}^2 [W_\nu^+ W^{-\mu} A_\nu A^\mu - W_\mu^+ W^{-\nu} A_\nu A^\nu] + g^2 \cos^2 \theta_W [W_\nu^+ W^{-\mu} Z_\nu Z^\mu - W_\mu^+ W^{-\nu} Z_\nu Z^\nu] + g^2 \cos \theta_W \sin \theta_W [2W_\mu^+ W^{-\mu} Z_\nu A^\nu - W_\mu^+ W^{-\nu} A_\nu Z^\mu - W_\mu^+ W^{-\nu} A^\mu Z_\nu] \\
& + \frac{g^2}{2} [W_\mu^- W^{-\mu} W_\nu^+ W^{+\nu} - W_\mu^- W^{+\mu} W_\nu^- W^{+\nu}] + \frac{g^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} h^2 + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu h^2 - \frac{\lambda}{4} h^4 - \frac{g_s}{2} \sum_{a,b,c}^8 f^{abc} (\partial_\mu G^{a\nu} - \partial_\nu G_\mu^a) G^{\mu b} G^{\nu c} - \frac{g_s^2}{4} \sum_{\substack{a,b,c \\ d,e,f}}^8 f^{abc} f^{ade} G_\mu^b G_\nu^c G^{\mu d} G^{\nu e} \\
\end{aligned}$$

$$g_{em} = g \sin \theta_W, \quad v^2 = \frac{-m^2}{\lambda} \quad (m^2 < 0, \lambda > 0), \quad m_\ell = \frac{\lambda_\ell v}{\sqrt{2}}, \quad m_q = \frac{3\lambda_q v}{\sqrt{2}}, \quad m_W = \frac{gv}{2}, \quad m_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_W}, \quad m_h = \sqrt{-2m^2}$$

Développement perturbatif

$$S = e^{i \int \mathcal{L}_{int} d^4x}$$

$$i\sqrt{\alpha} \int \mathcal{L} dx + \frac{(i\sqrt{\alpha})^2}{2} \iint \mathcal{L}\mathcal{L}' dx dx' + \frac{(i\sqrt{\alpha})^3}{3!} \iiint \mathcal{L}\mathcal{L}'\mathcal{L}'' dx dx' dx'' + \frac{(i\sqrt{\alpha})^4}{4!} \iiiii \mathcal{L}\mathcal{L}'\mathcal{L}''\mathcal{L}''' dx dx' dx'' dx''' + \dots$$



1 vertex

Interactions
élémentaires
Désintégrations

⋮

2 vertex

Diffusions 2→2
Fluctuations du
vide

⋮

3 vertex

Corrections réelles
Désintégrations
avec boucles

⋮

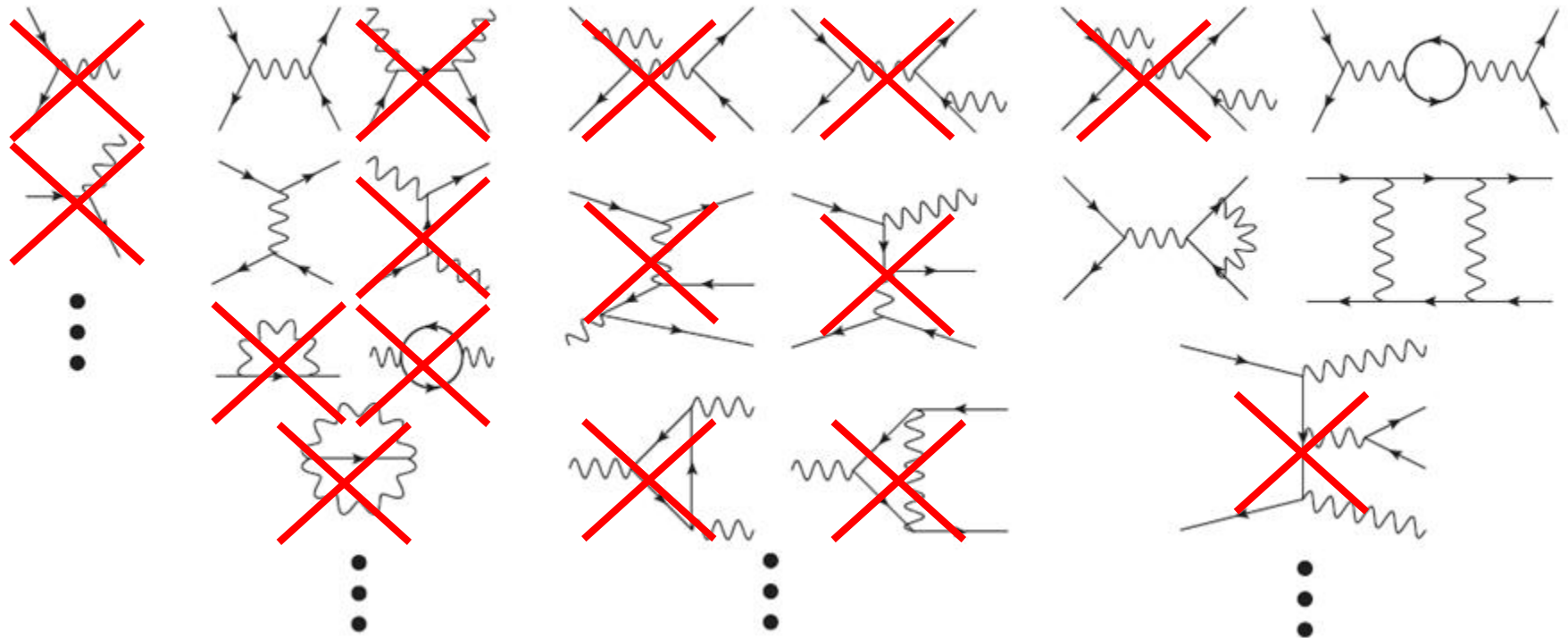
4 vertex

Processus 2→4
2→2 avec boucles
Diagramme boîte

Développement perturbatif

$$f\bar{f} \rightarrow f\bar{f}$$

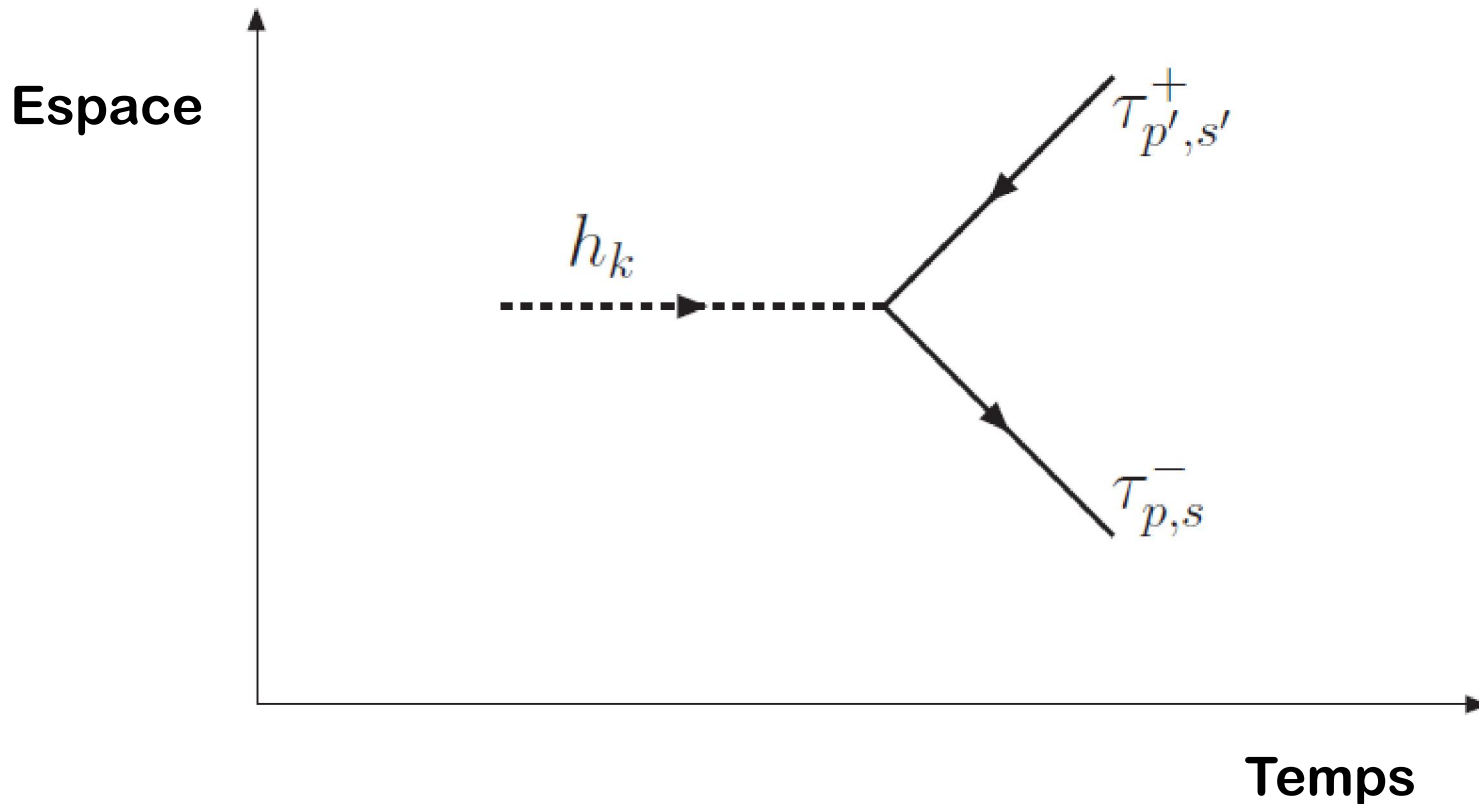
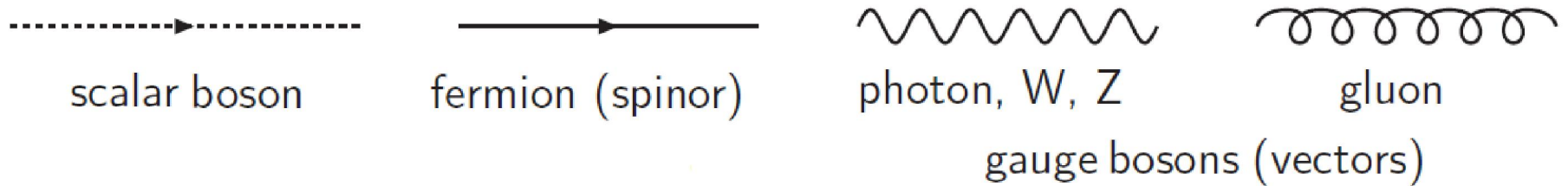
$$i\sqrt{\alpha} \int \mathcal{L} dx + \frac{(i\sqrt{\alpha})^2}{2} \iint \mathcal{L}\mathcal{L}' dx dx' + \frac{(i\sqrt{\alpha})^3}{3!} \iiint \mathcal{L}\mathcal{L}'\mathcal{L}'' dx dx' dx'' + \frac{(i\sqrt{\alpha})^4}{4!} \iiiii \mathcal{L}\mathcal{L}'\mathcal{L}''\mathcal{L}''' dx dx' dx'' dx''' + \dots$$



$$S_{fi} = \langle f | S | i \rangle$$

sélectionne les diagrammes qui relient $|i\rangle$ et $|f\rangle$.

Diagramme de Feynman



Diagrammes de Feynman

Probabilité de transition (largeur, section efficace)

$$S_{fi} = \underbrace{\text{Espace de Phase}}_{\text{Cinématique}} \times \underbrace{\text{Amplitude de Feynman}}_{\text{Dynamique}}$$

Cinématique
(conservation de
la 4-impulsion)

Dynamique
(couplages,
interaction)

Diagramme espace temps \Leftrightarrow amplitude de Feynman

Pour un processus $1 \rightarrow 2$

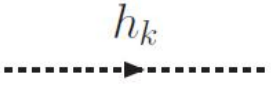
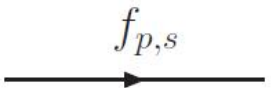
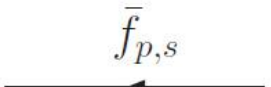
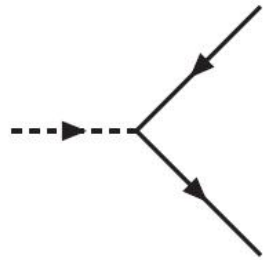
$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} |\mathcal{M}|^2 \frac{|\mathbf{p}_1|}{M^2}$$

Pour un processus $2 \rightarrow 2$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f}{p_i} |\mathcal{M}_{fi}|^2$$

Regles de Feynman

Amplitude de Feynman : produits de facteurs
« règles de Feynman »

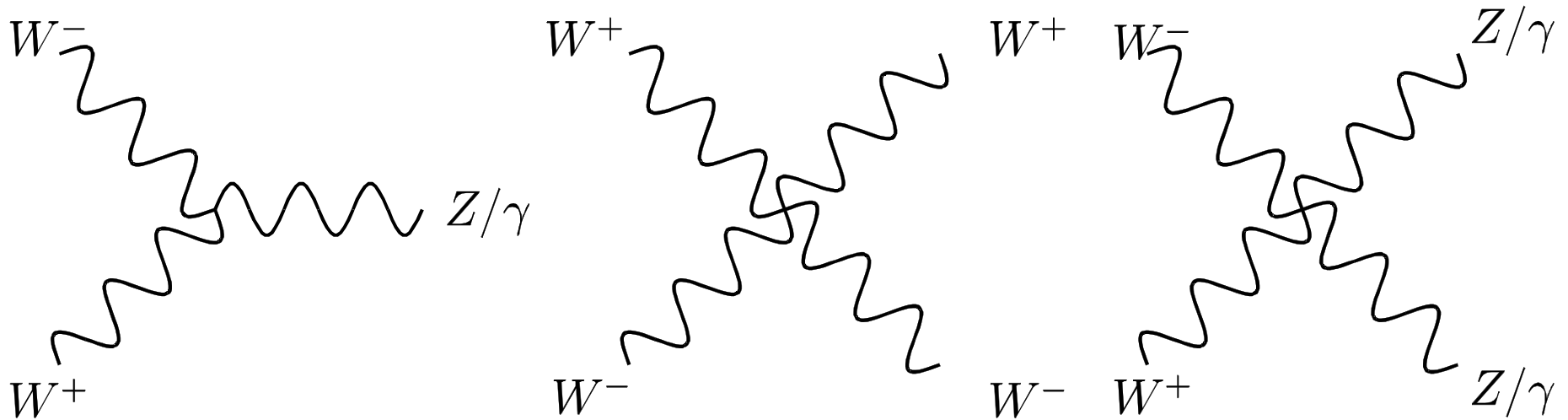
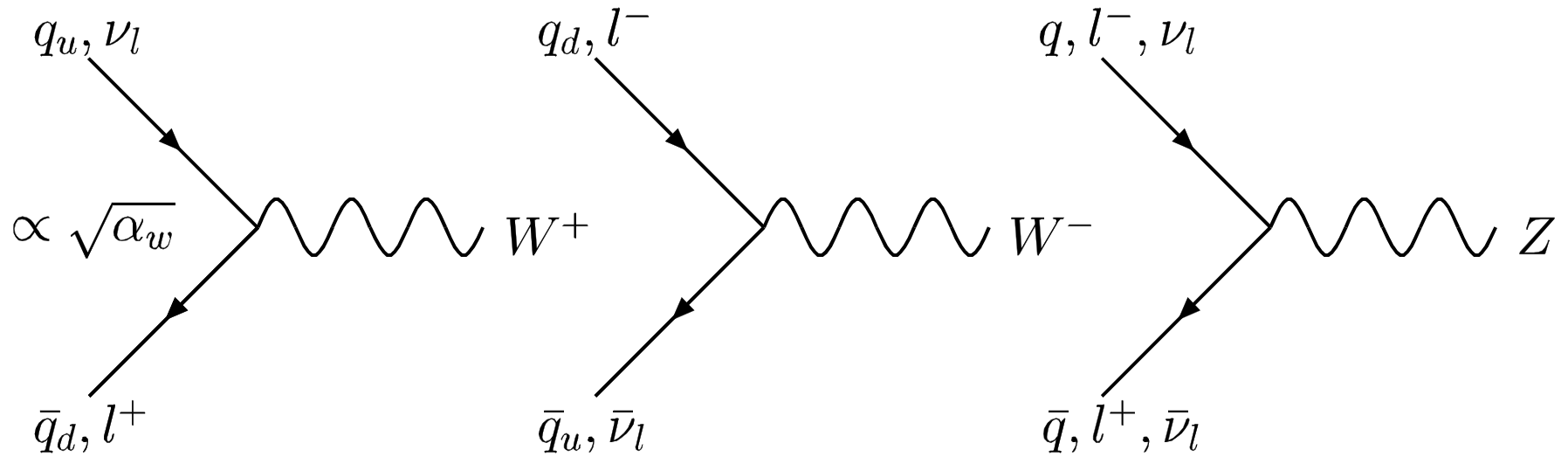
Objet physique	Diagramme	Règle de Feynman
Scalaire initial		1
Fermion final		$\bar{u}_{p,s}$
Antifermion final		$v_{p',s'}$
Vertex scalaire-spineur		$-i\lambda_f$

Chaque **vertex** est proportionnel à : **couplage x charge**
 Chaque **propagateur** (ligne interne) est proportionnel à
 $1/(m^2-p^2)$ (bosons) et $(\gamma_\mu p^\mu - m)/(m^2-p^2)$ (fermions)

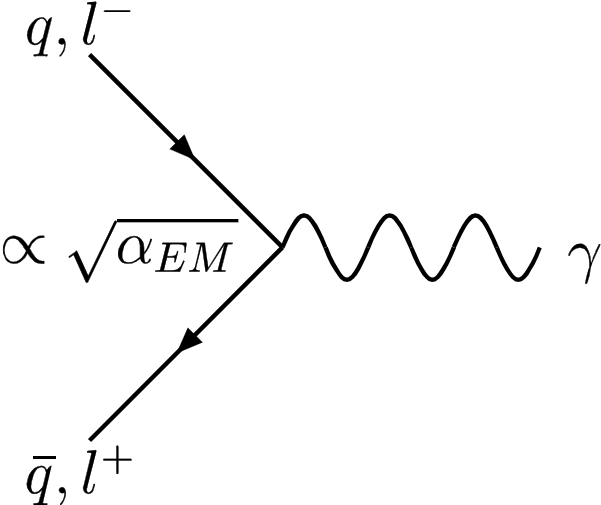
Les particules de Modèle standard

		fermions (3 générations de la matière)			bosons (forces)	
		I	II	III		
masse →		2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0	électromagnétisme
charge →		$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	
spin →		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
nom →		u up	c charm	t top	γ photon	
	Quarks	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0	interaction forte
		$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		d down	s strange	b bottom	g gluon	
	Leptons	<2.2 eV	<0.17 MeV	<15.5 MeV	91.2 GeV	interaction faible
		0	0	0	0	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		ν_e neutrino électronique	ν_μ neutrino muonique	ν_τ neutrino tauique	Z^0 boson Z^0	
		0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV	interaction faible
		-1	-1	-1	± 1	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		e électron	μ muon	τ tau	W^\pm boson W	
					~126 GeV	interaction faible
					0	
					0	
					H Higgs	

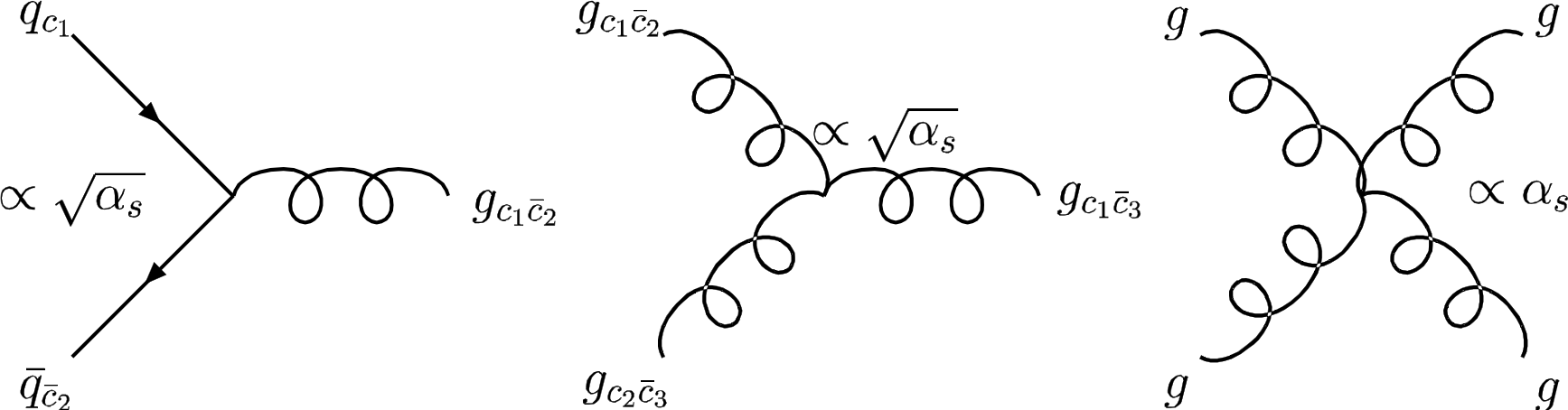
Vertex : interaction (électro)faible



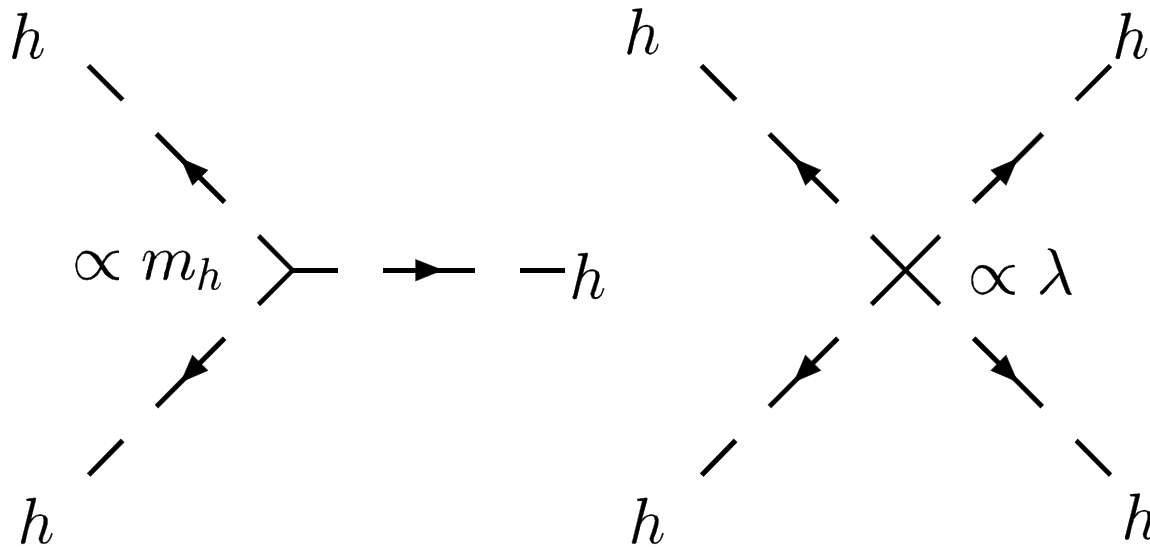
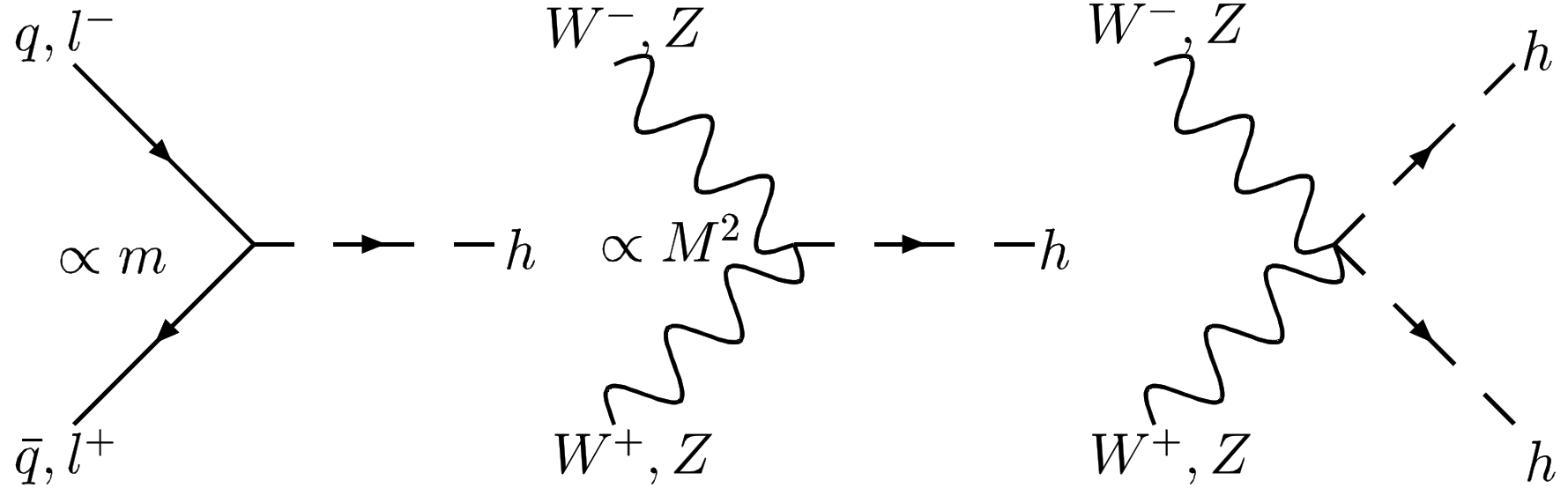
Vertex : interaction électromagnétique



Vertex : interaction forte

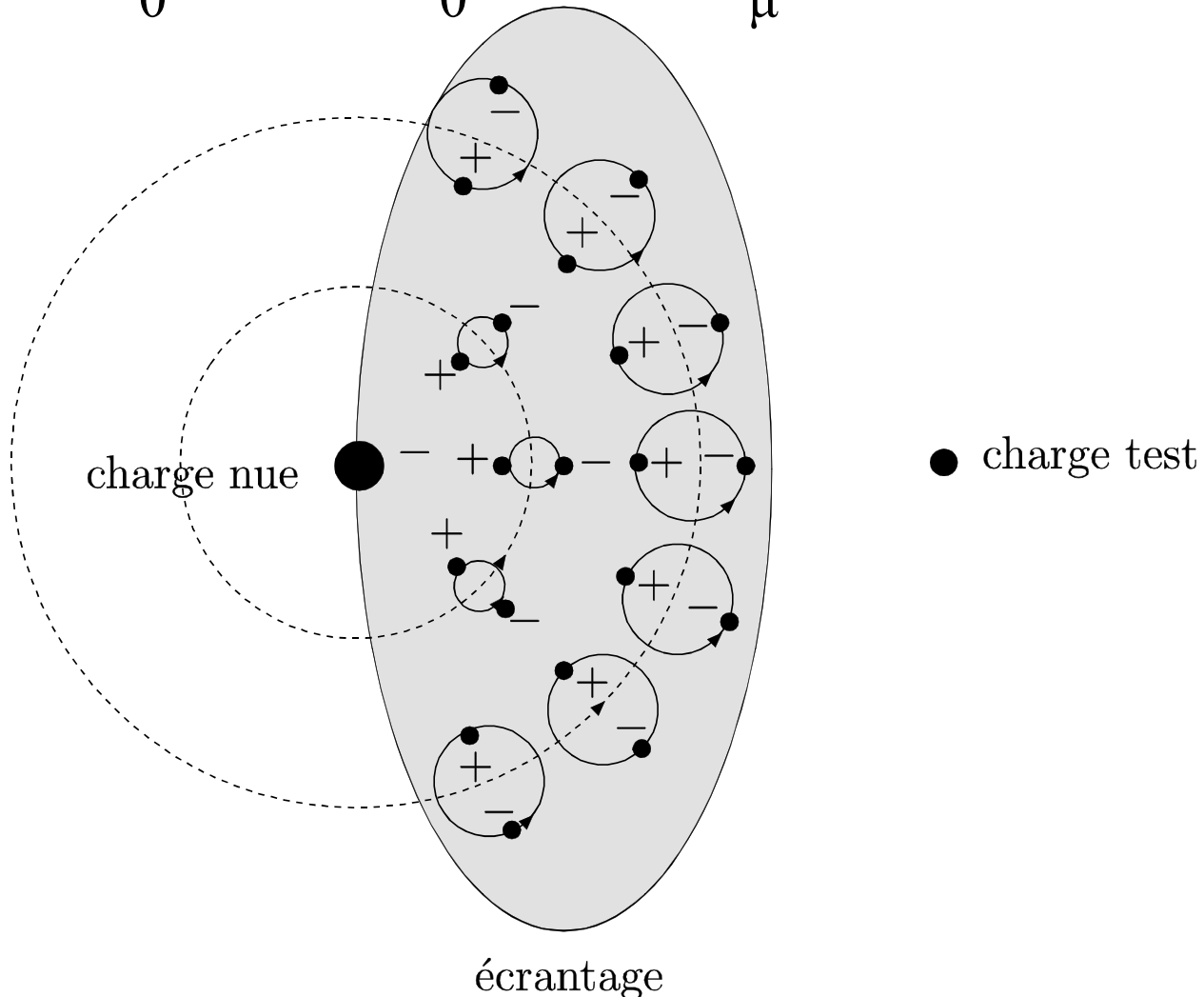


Vertex : boson de Higgs



Renormalisation et écrantage

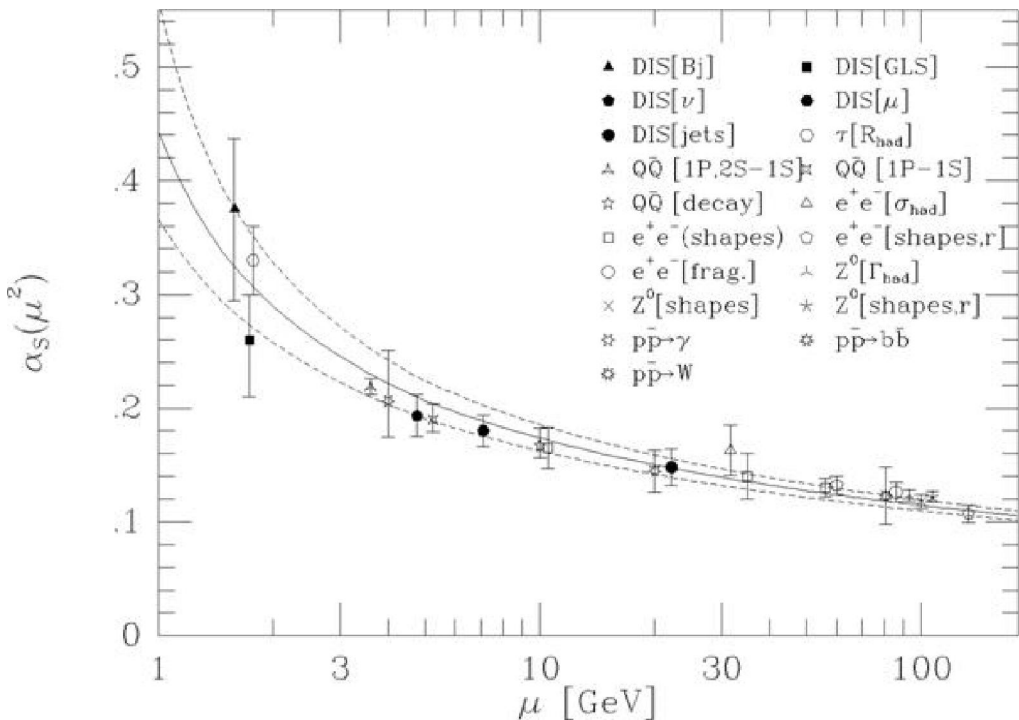
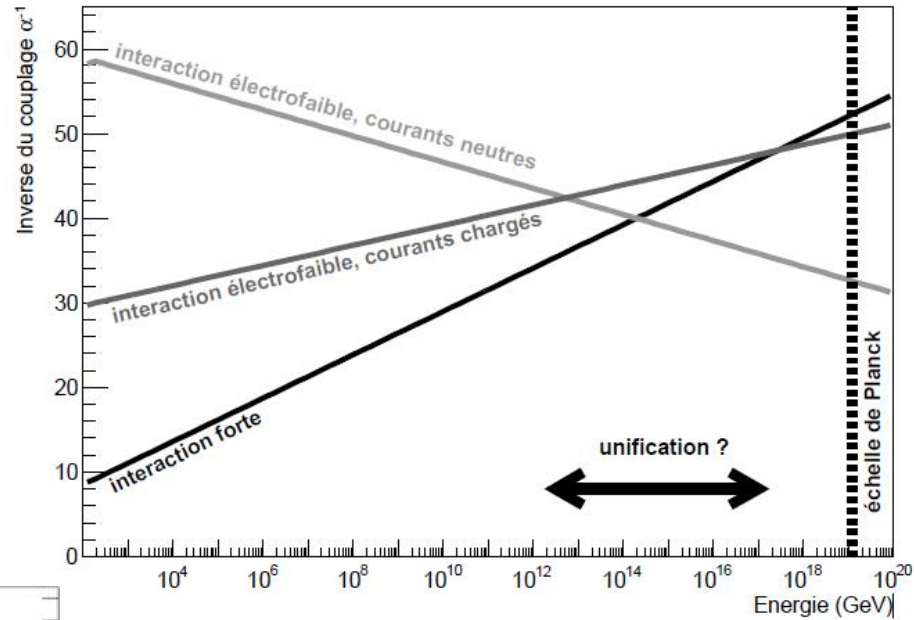
$$M_{\text{boucle}} = \int_0^{+\infty} \dots dk = \int_0^{\mu} \dots dk + \int_{\mu}^{+\infty} \dots dk = M_{\mu} + M_{\infty}$$



Evolutions des constantes de couplages

Si le couplage est connu à une énergie μ_0 on peut le calculer, en **régime perturbatif**, à n'importe quelle énergie μ

$$\alpha(\mu) = \frac{\alpha(\mu_0)}{1 + \frac{\alpha(\mu_0)\beta}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{\mu_0^2}}$$



Couplage de l'interaction forte

Augmente quand l'énergie diminue

Augmente au grandes distances