

## 1 Unités naturelles

En physique des particules on utilise le système d'unités dit "naturelles" tel que :  $\hbar = c = 1$  (sans dimension). et en général on choisit le MeV ou le GeV comme unité d'énergie.

1. Quelle est-la dimension d'un temps dans ce système d'unité. Déterminez la valeur d'une seconde.
2. Même questions pour la longueur et le mètre.
3. Les section efficaces sont données en barns ( $1b = 10^{-24}cm^2$ ), que vaut  $1pb$  en unités naturelles ?
4. Quelle est l'échelle de longueur correspondant à une énergie de 8 TeV (énergie des collisions proton-proton au LHC). Commenter la nature des collisions réalisées.

## 2 Opérateurs création et annihilation

Soit deux bases orthonormées  $\{\varphi_k\}$  et  $\{\tilde{\varphi}_k\}$  de l'espace des états à une particule, avec :

$$\tilde{\varphi}_k(\vec{x}) = \sum_m \alpha_{mk} \varphi_m(\vec{x}) \text{ avec } \alpha_{mk} = \langle \varphi_m(\vec{x}) | \tilde{\varphi}_k(\vec{x}) \rangle$$

Montrer que les opérateurs de création et d'annihilation dans la nouvelle base s'écrivent :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_k^+ &= \sum_m \alpha_{mk} a_m^+ \\ \tilde{a}_k &= \sum_m \alpha_{mk}^* a_m \end{aligned}$$

## 3 Cinématique relativiste

### 3.1 Seuil de l'interaction $np \rightarrow \pi^0 D$

On envoie un faisceau de neutrons sur une cible d'hydrogène liquide. Quelle doit être la vitesse minimale des neutrons pour obtenir la réaction  $np \rightarrow \pi^0 D$  (rem : au seuil de production, les particules finales sont toutes au repos dans le référentiel du centre de masse).

Données :  $m_p = 938.3$  MeV,  $m_n = 939.6$  MeV,  $m_{\pi^0} = 134.9$  MeV et  $m_{Deuton} = 1876$  MeV.

### 3.2 Cible fixe et collision

Déterminer l'énergie disponible dans le centre de masse (énergie utile pour produire de nouvelles particules) pour :

1. Une collision d'un faisceau de proton d'énergie E sur une cible fixe d'hydrogène.

2. Une collision entre deux faisceaux de protons d'énergie  $E/2$  chacun.
3. Que ce passe-t-il pour  $E \gg m_p$  ?

L'antiproton a été découvert dans la réaction  $pp \rightarrow pp\bar{p}$ . Dans cette expérience un faisceau de protons est accéléré sur une cible fixe d'hydrogène liquide.

1. Quelle doit-être l'énergie minimale du faisceau protons pour que cette réaction soit possible.
2. Même question si on collisionne deux faisceaux protons de même énergie.

## 4 Lagrangien de Klein-Gordon

Le lagrangien d'un champ scalaire  $\varphi(x)$  est donné par :

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2)$$

1. Montrez que  $\frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu \varphi)} = \partial^\nu \varphi$
2. Retrouvez l'équation de Klein-Gordon à partir de l'équation d'Euler-Lagrange appliquée à ce lagrangien.

## 5 Analyse dimensionnelles

1. A partir des densités lagrangienne, déterminez la dimension d'un champ scalaire, spinoriel et vectoriel.
2. En déduire les termes de couplage, dont la constante de couplage a la dimension d'une puissance positive de l'énergie.
3. Pour chacun de ces couplages, donner une interprétation physique avec des particules du modèle standard.

## 6 Section efficace $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

1. Représentez, à l'ordre le plus bas, le diagramme de Feynman de cette diffusion, pour des énergies  $\sqrt{s}$  très inférieures à la masse du Z.
2. Justifier succinctement que  $\sigma \propto \alpha^2 (= \frac{4\pi\alpha^2}{3s})$   
(  $\sqrt{s}$  = énergie centre de masse)
3. Calculez cette section efficace en nb pour  $\sqrt{s} = 10$  GeV.

## 7 Diagrammes de Feynman

Donnez le ou les diagrammes de Feynman les **plus simples** (en indiquant si besoin les différentes charges) pour les processus suivants :

$$1 : q\bar{q} \rightarrow e^+e^- \text{ (Drell-Yan)}$$

$$2 : \gamma e^- \rightarrow \gamma e^- \text{ (Diffusion Compton)}$$

$$3 : e^+e^- \rightarrow e^+e^-$$

$$4 : gg \rightarrow Wq\bar{q}$$

$$5 : gg \rightarrow Wq\bar{q}'$$

$$6 : b \rightarrow s\gamma \text{ (diagramme "pingouin")}$$

$$7 : h \rightarrow b\bar{b} \text{ (} h = \text{ boson de Higgs)}$$

$$8 : h \rightarrow \gamma\gamma$$

## 8 Quelques processus

Classez les différents processus suivants selon le type d'interaction : forte, électromagnétique ou faible. Si plusieurs couplages sont possible, déterminez le processus dominant.

$$1 : \pi^- + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + n$$

$$2 : \gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$$

$$3 : \nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$$

$$4 : \pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$$

$$5 : p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

$$6 : \tau^- \rightarrow \pi^+ + \nu_\tau$$

$$7 : D^- \rightarrow K^+ + \pi^- + \pi^-$$

$$8 : \Lambda + p \rightarrow K^- + p + p$$

## 9 Rapport R

On s'intéresse à la production électromagnétique de paires de hadrons comparée à celle de muons :

$$R = \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)}$$

Sachant que  $\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$  (où  $s$  est le carré de l'énergie dans le CM), en déduire  $\sigma(e^+ + e^- \rightarrow q\bar{q})$ .

1. Tracez le diagramme de Feynman correspondant.

2. Estimez le rapport  $R$  pour  $\sqrt{s} = 2.8 \text{ GeV}, 5 \text{ GeV}, 15. \text{ GeV}$ .
3. Si l'on tient compte des corrections radiatives, le rapport  $R$  doit être multiplié par le facteur  $(1+\alpha_s/\pi)$ . Dessinez un diagramme de Feynman correspondant à l'une de ces corrections.

Données :  $m_u \sim 1.5 - 5. \text{ MeV}, m_d \sim 5. - 9. \text{ MeV}, m_s \sim 80. - 155. \text{ MeV}, m_c \sim 1. - 1.4 \text{ GeV}, m_b \sim 4. - 4.5 \text{ GeV}$

## 10 Production $W$ +jets

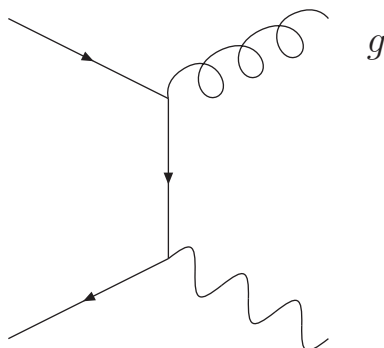
Dans les collisionneurs hadroniques (proton-proton ou proton-antiproton), l'un des bruits de fond majeur aux études de physique (recherche de boson de Higgs, production de quarks top, ...) est la production associée d'un boson  $W$  et de jets. On se propose d'étudier ces modes de production dans le cadre de collisions de deux faisceaux de protons d'une énergie de 7 TeV chacun.

### 10.1 Collisions de protons

- a) Quelle est l'énergie dans le centre de masse de la collision. A quel collisionneur existant cela correspond-il ?
- b) Quelle est la longueur d'onde caractéristique (en unité SI) associée à cette énergie ? Comparer cette longueur à la dimension typique d'un proton (1 fm).
- c) Quelle sont les particules qui se collisionnent effectivement ? Préciser leur origine.
- d) Quelle doit-être l'énergie minimale dans le centre de masse pour produire un boson  $W$  et un gluon. Est-ce possible dans le cas présent ?

### 10.2 Diagrammes de Feynman des processus $W+1$ parton

Le diagramme de Feynman pour  $q\bar{q}' \rightarrow W^+g$  où  $q$  et  $q'$  représentent des quarks de saveurs différentes est le suivant :



- a) Complétez ce diagramme sur votre copie en indiquant :
  - la nature de chaque particule ( $q, W, \dots$ ).
  - la charge électrique de chaque particule.
  - la ou les charges de couleur de chaque particule (choisissez une configuration parmi les différentes possibles).

- b) Quelles sont les interactions en jeu à chaque vertex ? A quelle grandeur chaque vertex est-il proportionnel ?

- c) Donner les diagrammes de Feynman pour le processus  $qg \rightarrow W^- q'$ .
- d) Quelle est la dépendance de la section efficace de production en fonction des constantes de couplages des interactions électromagnétique ( $\alpha_{EM}$ ), forte ( $\alpha_s$ ) et faible ( $\alpha_{weak}$ ).
- e) Les processus considérés ici sont de type  $W+1$  parton. On pourrait considérer des processus  $W+2$  partons,  $W+3$  partons ... Quel est l'ordre de grandeur du rapport des sections efficaces  $\sigma_{W+1 \text{ parton}}/\sigma_{W+n \text{ partons}}$  en fonction de  $n$ .

### 10.3 Détection

Considérons un événement  $W+1$  parton où le boson  $W$  se désintègre en un muon et un neutrino. On mesure l'impulsion du muon  $\vec{p}_\mu = (p_{\mu,x}, p_{\mu,y}, p_{\mu,z})$  et uniquement les composantes  $p_{\nu,x}$  et  $p_{\nu,y}$  de l'impulsion du neutrino.

- a) Que devient le quark ou le gluon produit dans l'état final ?
- b) Quel type de détecteur est utilisé pour mesurer son énergie. Rappeler brièvement le principe de fonctionnement.
- c) Comment est mesurée l'impulsion du muon ?
- d) Pourquoi ne mesure-t-on que les composantes transverses de l'impulsion du neutrino ?

### 10.4 Reconstruction du neutrino

On considère la même événement que dans la partie 3. Pour les applications numériques on prendra :  $\vec{p}_\mu = (9.1 \text{ GeV}, 32.9 \text{ GeV}, -34.7 \text{ GeV})$ ,  $p_{\nu,x} = -43.7 \text{ GeV}$  et  $p_{\nu,y} = -25.3 \text{ GeV}$ .

- a) Justifier que la masse du muon est négligeable et donner son énergie en fonction de son impulsion.
- b) Donner la relation entre l'énergie du neutrino  $E_\nu$ , son impulsion selon l'axe  $z$ ,  $p_{\nu,z}$  et les grandeurs mesurées.
- c) A partir de la conservation de la quadri-impulsion, exprimer la masse du boson en fonction de  $p_{\nu,z}$  et des grandeurs mesurées.
- d) Déterminer l'impulsion selon l'axe  $z$  ( $p_{\nu,z}$ ) du neutrino.

---

Données complémentaires (source : Particle Physics Booklet, W.-M. Yao *et al.*, 2006) :

Masses dans le modèle standard :

- leptons :  $m_e = 0.511 \text{ MeV}$ ,  $m_\mu = 105.7 \text{ MeV}$ ,  $m_\tau = 1777 \text{ MeV}$ , neutrinos de masse nulle.
- bosons de jauge :  $m_{W^\pm} = 80.4 \text{ GeV}$ ,  $m_Z = 91.2 \text{ GeV}$ , photon et gluons de masse nulle.

Constantes de couplage des interactions (à la masse du boson  $Z$ )

- interaction électromagnétique :  $\alpha_{EM} = 7.8 \times 10^{-3}$
- interaction forte :  $\alpha_s = 0.12$
- interaction faible :  $\alpha_{weak} = 3.4 \times 10^{-2}$